

ПЕРСПЕКТИВИ КВАНТОВИХ ОБЧИСЛЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ НАДПРОВІДНОСТІ

Abstract: Details of qubits, the quantum registers along with the concept of intricate states are presented. Specifics of quantum logical operations and algorithms are described. Causes of unique parallelism and advantages of the quantum calculations connected therewith are explained. Destructive effect of "decoherentization" and effective ways of overcoming it are indicated. Technical requirements to the quantum processor hardware and possible ways of its mounting are listed. Charge and tunnel superconductive qubits, effective reading and recording information thereon, interaction of such qubits with the magnetic field, methods of executing functionally complete set of logical operations on the qubits are described. Issues of combining hundreds of superconductive qubits into a single system are considered.

Key words: decoherentization, Josephson effect, charge qubit, charge-phase qubit, quantum correction of errors, quantum logical operation, quantum scheme, quantum computations, quantum algorithm, quantum processor, quantum register, qubit superconductivity, Josephson junction, flow qubit, squid, technical requests, phase qubit, ways of physical realization.

Анотація: Стисло викладено властивості кубітів, квантових реєстрів, поняття "сплєтєних" станів. Описано особливості квантових логічних операцій та алгоритмів. Пояснюються причини небувалоого паралелізму та пов'язаних з ним переваг квантових обчислень. Вказано на руйнівний вплив декогеренції та на ефективні методи боротьби з нею. Пред'явлені технічні вимоги до елементної бази квантового процесора і дано можливі шляхи його реалізації. Описані зарядові та поточкові надпровідні кубіти, ефективні схеми зчитування та запису в них інформації, взаємодія таких кубітів з електромагнітним полем, методи реалізації над ними функціонально повного набору квантових логічних операцій. Розглянуто питання об'єднання сотень надпровідних кубітів у єдину систему.

Ключові слова: декогеренція, ефект Джозефсона, зарядовий кубіт, зарядово-фазовий кубіт, квантова корекція помилок, квантова логічна операція, квантова схема, квантові обчислення, квантовий алгоритм, квантовий процесор, квантовий реєстр, кубіт, надпровідність, перехід Джозефсона, поточковий кубіт, сквід, технічні вимоги, фазовий кубіт, шляхи фізичної реалізації.

Аннотация: Кратко изложены особенности кубитов, квантовых регистров, понятия о "запутанных" состояниях. Описаны особенности квантовых логических операций и алгоритмов. Объяснены причины небывалоого параллелизма и связанных с ним преимуществ квантовых вычислений. Указаны разрушительное влияние декогерентизации и эффективные методы борьбы с ней. Предъявлены технические требования к элементной базе квантового процессора и даны возможные пути его реализации. Описаны зарядовые и поточковые сверхпроводящие кубиты, эффективные схемы считывания и записи в них информации, взаимодействие таких кубитов с электромагнитным полем, методы реализации над ними функционально полного набора квантовых логических операций. Рассмотрены вопросы объединения сотен сверхпроводящих кубитов в единую систему.

Ключевые слова: декогеренция, эффект Джозефсона, зарядовый кубит, зарядово-фазовый кубит, квантовая коррекция ошибок, квантовая операция, квантовая схема, квантовые вычисления, квантовый алгоритм, квантовый процессор, квантовый регистр, кубит, сверхпроводимость, переход Джозефсона, поточковый кубит, сквид, технические требования, фазовый кубит, пути физической реализации.

Вступ

Початок ХХІ століття ознаменувався значною активізацією досліджень та розробок у галузі квантових обчислень [1, 2]. Ідеї використання квантових об'єктів, систем та їх особливих квантових властивостей для передачі, запам'ятовування та обробки інформації виникли й виношувались вже давно. Свого часу їх висловлювали засновник та перший директор нашого інституту академік В.М. Глушков, Ю.І. Манін [3], один із авторів даної статті [4] та багато інших вчених. Але першими публікаціями з послідовним викладенням переваг квантових обчислень вважаються роботи Нобелівського лауреата в галузі фізики Р. Фейнмана [5, 6] та Д. Дойча [7, 8]. Наступними віхами на шляху до квантових обчислень стали:

– усвідомлення принципів відмінностей між квантовою та класичною інформацією [9, 10];

– математичне визначення та дослідження квантового аналога універсальної машини Тьюрінга;

– виявлення того різючого факту, що класи складності алгоритмів та програм обчислень для квантових і класичних обчислювальних машин суттєво відрізняються;

– усвідомлення того, що ряд задач експоненціальної складності, невідомих для класичних (навіть багатопроцесорних і надшвидкісних) ЕОМ, стають задачами поліноміальної складності, що можуть успішно розв'язуватись на квантових процесорах;

– розробка та експериментальне випробування наборів квантових вентилів, які утворюють функціонально повну систему логічних елементів;

– презентація на початку 2007 р. першого 16-кубітного квантового процесора Orion.

Якщо у ХХ ст. подальший прогрес обчислювальної техніки пов'язувався в основному з удосконаленням мікроелектронної та переходом до наноелектронної елементної бази, з підвищенням ступеня інтеграції та швидкодії інтегральних схем, зі спеціалізацією та нарощуванням кількості паралельно працюючих процесорів, то зараз великі надії покладаються також на кардинально нову квантову елементну базу, на квантову інформатику та квантові обчислення.

Метою першої частини даної статті є стислий виклад принципів, які лежать в основі квантових обчислень, їх принципових переваг перед традиційними («класичними») обчисленнями, огляд можливих шляхів реалізації квантового процесора та труднощів, які треба ще подолати. У другій частині статті детальніше буде наведений аналітичний огляд одного із найперспективніших шляхів реалізації квантових процесорів – за допомогою надпровідників та переходів Джозефсона.

Частина 1. Принципи квантових обчислень

1. Основні положення квантової механіки, важливі для квантових обчислень

Ескізно нагадаємо відомі положення квантової механіки [11–13], важливі для розуміння особливостей квантової інформатики. Фізичний стан та поведінка квантових об'єктів описуються комплексною функцією $\Psi(\bullet)$, яку називають «хвильовою» і аргументи якої (\bullet) вибирають в залежності від того, з якого боку розглядається квантовий об'єкт. Якщо нас цікавить, наприклад, просторове розташування електронів навколо ядра атома чи в молекулі, то аргументами хвильової функції будуть просторові координати \vec{r} відносно центру маси. Хвильова функція у цьому разі описує просторову структуру електронної «шуби» атома чи молекули – свого роду «стоячу хвилю» навколо ядра чи кількох ядер. Хвильова функція «нормується» так, щоб інтеграл від квадрата її модуля по усьому простору дорівнював одиниці:

$$\iiint |\Psi(\vec{r})|^2 dV = 1. \quad (1)$$

При цьому величину $|\Psi(\vec{r})|^2 dV$ можна трактувати як «густину електронної шуби» в точці $\vec{r}(x, y, z)$ простору або як імовірність того, що електрон знаходиться всередині елемента простору dV з координатами \vec{r} .

Якщо ж нас цікавить, скажімо, динамічна поведінка квантового об'єкта в зовнішньому магнітному полі, то аргументами хвильової функції є час t і проекція \vec{m} магнітного моменту цього

об'єкта на напрямок силових ліній поля. А функція описує особливості станів рівноваги та прецесії квантового об'єкта в магнітному полі. Вона теж нормується так, щоб інтеграл від квадрата її модуля по усіх можливих проєкціях в будь-який момент часу дорівнював одиниці. Тоді $|\Psi(t, \vec{m})|^2$ можна розглядати як густину імовірності відповідної орієнтації магнітного моменту об'єкта або як густину розподілу багатьох ідентичних квантових об'єктів за орієнтацією їх в магнітному полі у момент t .

Розгляд хвильової функції як комплексної функції різних наборів аргументів називають різними «представленнями» квантового об'єкта, які не є альтернативними, а, навпаки, суттєво доповнюють одне одного.

Якщо силове поле квантового об'єкта не залежить від часу, то хвильова функція цього об'єкта може бути записана у вигляді

$$\Psi(t, \bullet) = e^{-i\omega t} \psi(\bullet), \quad (2)$$

де i – уявна одиниця, ω – кругова частота власних коливань. Незалежний від часу множник – комплексна функція $\psi(\bullet)$ – є розв'язком стаціонарного рівняння Шредінгера:

$$\hat{H}\psi(\bullet) = E\psi(\bullet), \quad (3)$$

в якому \hat{H} – добре відомий диференціальний оператор Гамільтона, E – дійсне число (енергія квантового об'єкта), а на функцію $\psi(\bullet)$ накладена умова нормування квадрата її модуля на одиницю. Розв'язування такого рівняння – це відома задача Штурма-Ліувіля на власні значення. Спектр енергії може бути дискретним або неперервним. Коли квантовий об'єкт знаходиться у зв'язаному стані (наприклад, електрон в кулонівському полі ядра атома) і $E < 0$, то спектр енергії завжди дискретний, тобто рівняння (3) має розв'язки лише при певних значеннях енергії E .

Якщо на квантовий об'єкт діє зовнішнє силове поле, змінне у часі, то еволюція хвильової функції під дією цього поля описується нестаціонарним рівнянням Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi(t, \bullet), \quad (4)$$

де \hbar – приведена стала Планка, а в оператор Гамільтона \hat{H} як доданок входить оператор зовнішнього силового поля.

Ще однією важливою для нашої теми особливістю квантової фізики є глибше розуміння процесів спостереження. У класичній фізиці вважалось, що за фізичним об'єктом можна спостерігати й виконувати вимірювання його характеристик, не впливаючи на його стан. Проте насправді спостереження чи вимірювання можливі лише в результаті прямої чи опосередкованої взаємодії відповідного сенсора з об'єктом. У квантовій фізиці розуміння цього стало принциповим, бо під час взаємодії квантового об'єкта і сенсора в рівняння (3) та (4) треба до оператора Гамільтона \hat{H} додати відповідний оператор взаємодії – так званий «спостережник». Через це розв'язок рівняння і хвильова функція квантового об'єкта змінюються. А для стаціонарного рівняння (3) важливим є й те, що об'єкт перестає бути консервативним, а стає лише однією із складових частин

квантової системи «об'єкт + сенсор». В результаті взаємодії спостерігається не той стан квантового об'єкта, який він мав до взаємодії, а той, в який він прийшов. При спостереженнях чи вимірюваннях, які виконуються за допомогою класичних сенсорів, діє таке «правило редуцції»: відразу після спостереження чи вимірювання квантовий об'єкт опиняється в тому базовому стані, який був щойно виміряний.

2. Кубіт, його принципова відмінність від бістабільних елементів класичної обчислювальної техніки

У класичній обчислювальній техніці звичайно використовують такі бістабільні елементи, як тригери, комірки пам'яті, логічні вентиля, в яких інші стани, крім двох («0» чи «1»), неможливі. У класичній інформатиці за одиницю кількості інформації «біт» прийняли кількість інформації, що зберігається в такому бістабільному елементі. У квантовій інформатиці за основний елемент теж прийнято квантовий об'єкт, який може перебувати у двох базових станах. Його назвали «кубіт» («qubit» – quantum bit = квантовий біт) [14]. Так само назвали і квантову одиницю інформації.

Хвильові функції кубіта у двох основних станах позначають як $\Psi(|0\rangle)$ та $\Psi(|1\rangle)$ і називають «базисом». Ці функції завжди нормовані на "1" і "ортогональні" між собою (скорочено кажуть «ортонормовані»). Тепер звернемо увагу на те, що рівняння Шредінгера як (3), так і (4), є лінійним. Тому, якщо функції Ψ_1 та Ψ_2 є розв'язками рівняння Шредінгера, то і будь-яка їх лінійна комбінація є теж його розв'язком. Отож принциповою особливістю квантових об'єктів, у т.ч. й кубіта, є те, що він може знаходитись не лише у двох вказаних «базових» станах, але і в багатьох інших станах, які описуються хвильовою функцією

$$\Psi = A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle), \quad (5)$$

де A та B – довільні комплексні числа, що задовольняють умову нормування функції Ψ на одиницю, тобто

$$|A|^2 + |B|^2 = 1. \quad (6)$$

Такі стани називають "змішаними" або "гібридними". Квантовий об'єкт у цих станах частково має властивості стану $|0\rangle$ і частково властивості стану $|1\rangle$. У класичних бістабільних елементах це неможливо, що якісно відрізняє їх від кубітів.

Відомо, що комплексні числа A та B можна подати у вигляді $A = ae^{i\alpha}$, $B = be^{i\beta}$. Тоді вираз (5) з урахуванням умови (6) можна переписати у вигляді

$$\Psi = e^{i\alpha} \left[a\Psi(|1\rangle) + \sqrt{1-a^2} e^{i(\beta-\alpha)} \Psi(|0\rangle) \right], \quad (7)$$

де a – будь-яке дійсне число від -1 до 1 . Значення фази α не впливає ні на значення $|\Psi|^2$, ні на виконання умови нормування (6). Тому стани з різними фазами α фізично розрізнити не можна і їх вважають одним і тим же фізичним станом. Тоді фізично різні стани кубіта описуються хвильовими функціями виду

$$\Psi = a\Psi(|1\rangle) + \sqrt{1-a^2} e^{i\varphi} \Psi(|0\rangle) . \quad (8)$$

Кожному з фізично різних станів кубіта можна поставити у взаємно однозначну відповідність свій одиничний вектор так званої «сфери Блоха» (рис. 1). При цьому базовим станам відповідають два ортогональні базисні вектори. Якщо, наприклад, стану $|0\rangle$ відповідає орт OC осі OX , а стану $|1\rangle$ – орт OD осі OZ , то вказаний на рис. 1 кут θ визначається співвідношенням $\cos \theta = a$. Виділеному на рис. 1 вектору OM відповідає стан з хвильовою функцією:

$$\Psi = \Psi(|1\rangle) \cos \theta + e^{i\varphi} \Psi(|0\rangle) \sin \theta . \quad (9)$$

Щоб зробити наочною принципову різницю між класичним бістабільним елементом та кубітом, проведемо таку аналогію. Елемент зображення (піксель), який відповідає класичному бістабільному елементу, може бути лише або чорним, або білим. А піксель, що відповідає кубіту, може мати будь-який колір. І як кольоровий піксель несе набагато більше інформації, ніж чорно-білий, так і кубіт зберігає в собі набагато більше інформації, ніж 1 класичний біт.

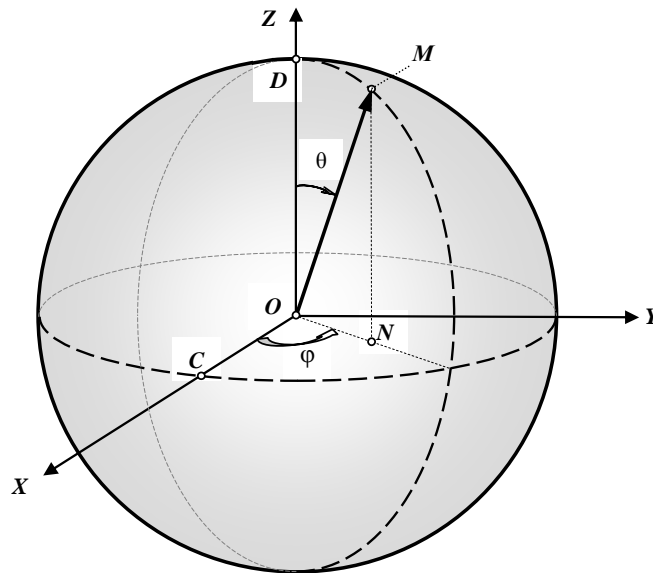


Рис.1. Схематичне зображення множини можливих станів кубіта у вигляді «сфери Блоха»

При зчитуванні стану кубіта взаємодія з пристроєм зчитування змінює ситуацію. Якщо пристрій зчитування є класично бістабільним, тобто може зчитати лише «0» чи «1», і його стани відповідають базисним векторам кубіта, то такий пристрій однозначно зчитує лише базові стани. Будь-який інший стан, в якому знаходиться кубіт перед зчитуванням, визначає лише імовірності зчитування «0» та «1»:

$$P(1) = a^2; \quad P(0) = 1 - a^2 . \quad (10)$$

Коли є можливість вимірювати стан багатьох ідентичних кубітів, що знаходяться в однакових умовах, або багатократно зчитувати стан одного й того ж кубіта, який кожного разу перед

зчитуванням приводиться у той самий квантовий стан, то ці імовірності можна експериментально знайти як відносну частоту зчитувань того чи іншого стану.

Після зчитування класично бістабільним пристроєм кубіт, відповідно до правила редуції, залишається у тому базовому стані, який було зчитано. Він співпадає зі станом кубіта перед зчитуванням лише у тих випадках, якщо той і був базовим.

Щоб зробити зрозумілішим те, що відбувається при «зчитуванні» стану кубіта класичним сенсором, наведемо таку аналогію. Уявіть себе членом вченої ради із захисту дисертацій. Ви прослухали захист і побачили, що, з одного боку, в дисертації на прийнятному рівні виконано ряд цікавих наукових досліджень, отримані деякі важливі результати, але, з іншого боку, є й суттєві зауваження. На ряд запитань дисертант відповідав невпевнено. Деякі запитання взагалі не розумів. Схоже, що принаймні частина результатів, викладених в дисертації, отримані не самим дисертантом, а співавторами його наукових публікацій. Тому Ваші думки щодо можливості присудження дисертанту вченого ступеня досить неоднозначні. Але у бюлетені для голосування, який Вам дали, треба вказати однозначно: «ЗА» чи «ПРОТИ». От Ви й вибираєте один із цих двох пунктів. Це і є аналог вимірювання стану кубіта класичним пристроєм.

Навіть при «зчитуванні» стану кубіта не класичним, а теж квантовим пристроєм, внаслідок взаємодії з ним початковий стан кубіта змінюється. В [15] доведена «теорема про неможливість клонування квантових станів», яка вказує на неможливість копіювання довільного квантового стану без його зміни. Це можливо лише в базових станах.

Таким чином, в кубіті «зберігається» незрівнянно більше інформації, ніж 1 класичний біт, але зчитати з нього класичним зчитувачем можна лише 1 біт інформації. Внутрішній стан кубіта до зчитування визначає лише імовірність зчитування «0» чи «1», а після зчитування стає таким, який було зчитано.

3. Квантовий регістр та сплетені стани

Ще більш розуміли виявились особливості сукупності взаємозв'язаних кубітів – квантових регістрів. Взаємодія кубітів зобов'язує розглядати регістр як єдину квантову систему. Якщо енергія взаємодії між кубітами значно менша за енергію взаємодії всередині кожного кубіта, то можна казати про «базисні» стани квантового регістра, що складаються з «базових» станів кожного кубіта. Такі стани зазвичай позначають як $|x_1 \dots x_n\rangle$, де змінні приймають значення «0» чи «1» і вказують на базовий внутрішній стан відповідного кубіта. Квантовий регістр як систему кубітів в таких станах описують ортонормованими «базисними» хвильовими функціями $\Psi(|x_1 \dots x_n\rangle)$. За принципом суперпозиції квантовий регістр з n кубітів може перебувати і в багатьох інших «змішаних» станах, які описуються хвильовими функціями, що є лінійними комбінаціями «базисних»:

$$\Psi = \sum_{|00\dots 0\rangle}^{|11\dots 1\rangle} A_{\vec{i}} \Psi(|\vec{i}\rangle) . \quad (11)$$

Тут \vec{i} – n -розрядні двійкові коди, які пробігають усі можливі значення від $|00\dots 0\rangle$ до $|11\dots 1\rangle$; $A_{\vec{i}}$ – комплексні числа. Їх називають «амплітудами». Вони мають задовольняти умову нормування на одиницю:

$$\sum_{|00\dots 0\rangle}^{|11\dots 1\rangle} |A_i|^2 = 1 . \quad (12)$$

На відміну від класичного n -розрядного регістра, який може перебувати лише в 2^n різних станах, квантовий регістр може перебувати в безлічі різних станів. Кожному стану можна поставити у взаємно однозначну відповідність одиничний вектор 2^n -вимірного простору.

Більшість станів квантового регістра не можна описати хвильовими функціями окремих кубітів або кількох груп кубітів. Такі стани називають «сплєтеними» (entangled). У випадку системи з трьох кубітів таким є, наприклад, стан, що описується хвильовою функцією $\Psi = [\Psi(|111\rangle) - \Psi(|000\rangle)] / \sqrt{2}$. Коли квантовий регістр знаходиться в «сплєтену» стані, то будь-яка взаємодія з будь-яким кубітом неодмінно призводить до зміни стану не лише окремих кубітів, а й усього квантового регістра як цілого. Цю властивість називають «entanglement» – сплєтеність, зчеплення (рос.: сцепленность, запутывание; нім.: Verschränkung). Деяку уяву про це незвичне квантове явище дає наведена на рис. 2 фотографія 4-х взаємопов'язаних хвиль на поверхні рідини.



Рис. 2. Хвильові структури на поверхні рідини імітують 4 сплєтені кубіти квантового регістра, а ниточки – індивідуальні канали впливу на них. Фото допомагає усвідомити те, що через сплєтеність станів кубітів спроба вплинути на будь-який з них неодмінно викличе зміни і в інших кубітах. Фото також демонструє «когерентність» кубітів – зчеплення фаз усіх хвиль

Як виявилось, квантове зчеплення є цінним інформаційним ресурсом, за допомогою якого можна організувати ефективний, надійно захищений від таємного підслуховування зв'язок [16–20]. Це, до речі, стало значним поштовхом для нового етапу розвитку криптографії [21].

Але, мабуть, ще важливішим є зумовлений зчепленням паралелізм обробки інформації. Адже певним чином впливаючи на один чи кілька із взаємопов'язаних кубітів, що знаходяться у сплєтену стані, ми спричинюємо взаємоузгоджену одночасну зміну 2^n комплексних чисел – амплітуд у виразі (11). Паралелізм обробки інформації зі збільшенням числа кубітів зростає експоненціально. Вже, наприклад, при $n = 100$ ми одночасно націлено змінюємо $2^{100} \approx 10^{30}$ комплексних чисел. Такий паралелізм явно не під силу класичній обчислювальній техніці.

Мимоволі виникає запитання: а чи не подібного роду паралелізм обробки інформації використовують і мережі нейронів головного мозку людини і чи не звідси впливає його розумова потужність? І не виключено, що саме лише класичний підхід до дослідження діяльності

головного мозку досі не давав нейрофізіологам можливості відкрити найважливіші механізми мислення.

4. Квантові логічні операції, їх особливості

Потенційними можливостями небувалого паралелізму в обробці інформації треба зуміти скористатися. В класичній обчислювальній техніці для обробки інформації застосовують логічні операції, операндами яких є булеві змінні, – стани класичних бістабільних елементів, що можуть приймати лише одне з двох значень («0» чи «1»). У випадку кубітів операндами є квантові стани або відповідні їм вектори тривимірного простору. Тому і кількість можливих варіантів їх елементарних перетворень нескінченно зростає. «Квантова логіка» виявилась незрівнянно багатшою за класичну.

У випадку одного кубіта можливі усі перетворення виду

$$A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) \rightarrow C\Psi(|1\rangle) + D\Psi(|0\rangle), \quad (13)$$

де A, B, C, D – довільні комплексні числа, які задовольняють умову нормування

$$|A|^2 + |B|^2 = |C|^2 + |D|^2 = 1. \quad (14)$$

Такі перетворення називають «унітарними». Звернувшись до сфери Блоха (рис.1), можна побачити їх геометричний зміст: усі унітарні перетворення мають геометричною інтерпретацією певний поворот вектора стану кубіта. Тому усі вони можуть бути зведені до комбінації лише двох видів перетворень, один з яких відповідає повороту вектора за азимутом на якийсь кут φ (від 0 до 2π), а другий – до зміни кута θ з віссю OZ .

Наведемо найчастіше вживані однокубітові перетворення:

тотожне перетворення: $A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) \rightarrow A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle), \quad (15)$

інверсія (заперечення): $A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) \rightarrow B\Psi(|1\rangle) + A\Psi(|0\rangle). \quad (16)$

У першому випадку вектор стану залишається нерухомим, у другому – змінює свій кут θ на 90° .

Встановлення (запис) «0»: $A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) \rightarrow \Psi(|0\rangle), \quad (17)$

встановлення (запис) «1»: $A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) \rightarrow \Psi(|1\rangle). \quad (18)$

В обох випадках незалежно від початкового стану кубіт переводиться у стан «0» чи «1» (вектор стану на рис.1 співпадає з базисним вектором.

Інверсія фази: $A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) \rightarrow B\Psi(|0\rangle) - A\Psi(|1\rangle), \quad (19)$

інверсія фази: $A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) \rightarrow A\Psi(|0\rangle) - B\Psi(|1\rangle). \quad (20)$

Переведення у змішаний стан (перетворення Адамара) H :

$$A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) \rightarrow [(A+B)\Psi(|0\rangle) + (B-A)\Psi(|1\rangle)]/\sqrt{2}. \quad (21)$$

Зокрема, воно переводить «базові» стани у їх суперпозицію:

$$H\Psi(|1\rangle) = [\Psi(|0\rangle) + \Psi(|1\rangle)]/\sqrt{2}; \quad H\Psi(|1\rangle) = [\Psi(|0\rangle) - \Psi(|1\rangle)]/\sqrt{2}. \quad (22)$$

Зчитування інформації з кубіта класичним пристроєм можна записати як імовірнісне унітарне перетворення:

$$\begin{aligned}
 A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) &\rightarrow \Psi(|1\rangle) \text{ з імовірністю } P(1) = |A|^2, \\
 A\Psi(|1\rangle) + B\Psi(|0\rangle) &\rightarrow \Psi(|0\rangle) \text{ з імовірністю } P(0) = |B|^2.
 \end{aligned}
 \tag{23}$$

Множина квантових логічних операцій над багатьма кубітами ще потужніша. Виконання вже однієї квантової логічної операції над одним із взаємопов'язаних кубітів призводить до зміни стану усієї квантової системи в цілому. Наприклад, операція встановлення одного із кубітів в «0» призводить до того, що в суперпозиції (11) стають рівними нулю амплітуди усіх доданків з тими векторами стану, в яких на відповідному місці стоїть «1». А обов'язкове перенормування спричинить те, що зміняться амплітуди й усіх інших доданків. Таким чином, логічна операція над одним із взаємопов'язаних кубітів є вже багатокубітовою. Такою є й сукупність однокубітових операцій, які одночасно діють на кілька взаємопов'язаних кубітів.

Найбільш відомою і часто вживаною багатокубітовою операцією є «контрольоване заперечення» (Controlled-NOT), яку позначають C_{not} . В ній один із кубітів вважається «керуваним» («контрольованим»), а інші – «керуючими» («контролюючими»). Стан керованого кубіта змінюється на протилежний лише у тому випадку, якщо усі керуючі кубіти знаходяться в стані «1». В квантових схемах вентиль C_{not} зображують так, як показано на рис. 3а. Деякі керуючі кубіти можуть бути активними в стані «0», тоді на схемі їх зображують темним кружечком (рис. 3б).

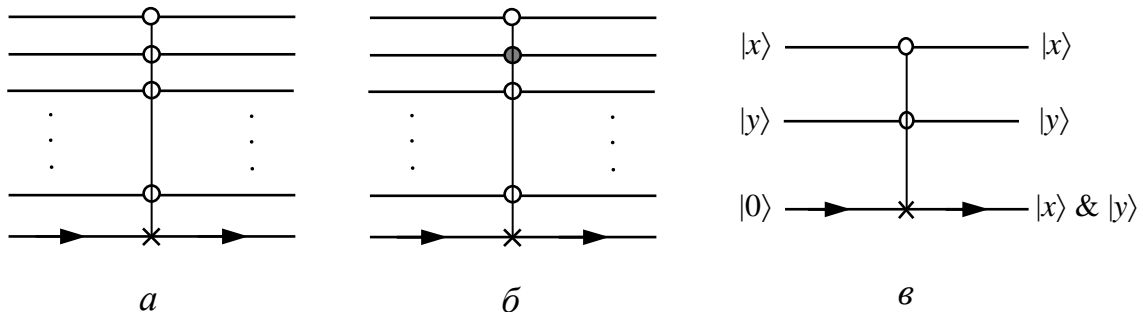


Рис. 3. Схематичне зображення квантових логічних вентилів C_{not} . Хрестиком зображують керований кубіт, кружечками – керуючі кубіти. Стрілками показують вхід і вихід. а – багатокубітовий вентиль, активний лише тоді, коли усі керуючі кубіти знаходяться в стані "1"; б – коли 2-й зверху керуючий кубіт знаходиться в стані "0", а усі інші – в стані "1"; в – трьохкубітовий вентиль Тофолі

Частковим випадком є трьохкубітова операція Тофолі, яка визначається формулами

$$\begin{aligned}
 T(|1,1,x\rangle) &= |1,1,-x\rangle, \\
 T(|x,y,0\rangle) &= |x,y,x \wedge y\rangle.
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

Тобто, якщо обидва керуючі кубіти знаходяться в базовому стані «1», а керований кубіт – в будь-якому стані, крім «0», то стан керованого кубіта змінюється на протилежний; якщо ж керований кубіт знаходиться в базовому стані «0», а керуючі – в будь-яких базових станах («0» чи «1»), то в результаті перетворення керований кубіт переходить в базовий стан, що є кон'юнкцією станів

керуючих кубітів. Дія вентиля Тофолі в останньому випадку зображена у вигляді схеми на рис. 3 в. За його допомогою можна реалізувати будь-яку класичну логічну операцію.

Одночасне застосування операції Адамара до кожного з кубітів квантового регістра називають операцією Уолша-Адамара. Вона дозволяє перевести квантовий регістр з будь-якого базисного стану в максимально сплетений.

Одночасне зчитування інформації з усього квантового регістра описується імовірнісним перетворенням

$$\Psi = \sum_{|00\dots 0\rangle}^{|11\dots 1\rangle} A_i \Psi(|\vec{i}\rangle) \rightarrow \Psi(|\vec{i}\rangle) \text{ з імовірністю } P(\vec{i}) = |A_i|^2, \quad (25)$$

де \vec{i} – n -розрядні двійкові коди, які пробігають усі значення від $|00\dots 0\rangle$ до $|11\dots 1\rangle$.

Квантовий регістр опиняється в базисному стані $\Psi(|\vec{i}\rangle)$. Можливі й операції часткового зчитування інформації лише з деяких кубітів регістра. Імовірність кожного результату дорівнює тоді сумі квадратів амплітуд усіх доданків, в яких ці кубіти знаходяться у відповідних станах. І тільки ці доданки зберігаються в сумі, яка описує стан регістра в кінці зчитування.

5. Квантові алгоритми та квантові обчислення, їх переваги

Як і в класичних обчисленнях, обробку інформації шляхом застосування квантових логічних операцій можна описувати по-різному:

- як виконання у певній послідовності елементарних перетворень або як застосування до наявних даних (операндів) низки операторів. У цьому разі мають на увазі квантові програми або алгоритми;

- як послідовну обробку потоку даних квантовими логічними вентилями або «гейтами» (від англ. gate). Тоді говорять про квантові схеми.

Обидва ці підходи є еквівалентними. Ще у 1985 р. Д. Дойч [7] показав, що принципово можна побудувати квантові схеми для обчислення будь-якої класичної функції. Потім були обґрунтовані функціонально повні набори квантових логічних операцій (вентилів) і чинність для квантових обчислень відомої тези Черча-Тьюрінга. У 1997 р. була детально розроблена одна з можливих моделей універсальної квантової машини Тьюрінга [22].

Проте серйозна увага наукової спільноти до квантових обчислень була привернута лише тоді, коли були запропоновані алгоритми квантових обчислень таких задач, які є не до снаги найпотужнішим класичним ЕОМ.

Першим з них був квантовий алгоритм розкладання багатозначних цілих чисел на прості множники (факторизації), запропонований у 1994 р. П. Шором [23]. Найефективніший з відомих класичних алгоритмів факторизації [24] потребує для розв'язування цієї задачі кількості обчислювальних операцій порядку $\exp(an^{1/3})$, де a – константа, n – кількість десяткових знаків у числі, що розкладається. Вже при $n \geq 200$ задача не може бути розв'язана за розумний час навіть на найшвидших сучасних суперкомп'ютерах. На цьому факті ґрунтується, до речі, найпопулярніший зараз криптографічний протокол RSA, який забезпечує надійний захист важливої інформації від

сторонніх осіб. Квантовий алгоритм П. Шора потребує для розв'язування цієї ж задачі кількість квантових обчислювальних операцій, яка лише поліноміально залежить від n . Тому квантовий комп'ютер, до складу якого входять порядку 1000 кубіт при тактовій частоті порядку 1 ГГц був би здатен впоратись з факторизацією цілих чисел довжиною 200 десяткових знаків вже за кілька хвилин. Алгоритм П. Шора став справжнім відкриттям для обчислювальної математики. Адже виявилось, що класи складності задач для класичних і квантових обчислень не співпадають, що квантові обчислення деяких типів задач можуть бути набагато ефективнішими за класичні.

Це підтвердив і опублікований Л. Гровером у 1996 р. алгоритм швидкого пошуку в неструктурованій базі даних [25]. У той час, як класичний пошук потрібного запису потребує в середньому порядку $N/2$ операцій, де N – загальне число записів, запропонований Л. Гровером квантовий алгоритм дозволяє знайти потрібний запис приблизно за \sqrt{N} квантових операцій. Ефективність алгоритмів П. Шора і Л. Гровера ґрунтується на використанні суттєвих переваг сплєтених станів і експоненціально зростаючого квантового паралелізму обробки інформації в таких станах.

Відтоді розроблено вже чимало ефективних квантових алгоритмів для вирішення таких важливих задач, як швидкі квантові перетворення Фур'є, виявлення періодичності дуже складних функцій та знаходження їх періодів, розпізнавання структур абстрактної алгебри та їх функцій, перевірка тотожності дуже складних формул логіки предикатів, обчислення та перетворення матриць великих розмірів, знаходження власних значень та власних векторів матричних операторів, розв'язування багатовимірних задач дискретної оптимізації тощо [26–27]. Квантові обчислення, як з самого початку й сподівався Р. Фейнман [5], є значно ефективнішими за класичні при моделюванні поведінки багатоконпонентних квантових систем – складних молекул, хімічних радикалів, взаємодій між ними, атомних ядер, інших ансамблів з багатьох елементарних частинок, біологічних мембран та ін. В результаті стало очевидним те, що працювати над практичною реалізацією квантових обчислень, безсумнівно, варто. Тому кінець ХХ – початок ХХІ ст. ознаменувались значною активізацією досліджень та розробок квантових алгоритмів, підходів до програмування квантових обчислень [26–29], а також шляхів реалізації кубітів та квантових схем.

6. Квантовий процесор

Функціональна схема електронного комплексу для квантових обчислень, як він уявляється сьогодні, зображена на рис. 4.

Він складається з швидкодіючої класичної ЕОМ 1 і квантового процесора 2. Для занесення початкових даних у квантовий регістр використовуються пристрої запису 3 і 4. Спеціальний пристрій 5 керує виконанням квантових логічних операцій. Вихідну інформацію з квантового процесора 2 приймає пристрій 6 зчитування інформації з кубітів. Цикл роботи комплексу починається з «ініціалізації» – занесення в першу частину квантового регістра через пристрій 3 потрібного набору початкових даних. Відповідні кубіти переводяться при цьому у наперед задані базові квантові стани. Через пристрій 4 всі інші кубіти переводяться в базовий квантовий стан «0». За допомогою пристрою 5 спочатку виконується перетворення Уолша-Адамара, внаслідок чого квантовий регістр переходить в один із максимально сплєтених станів.

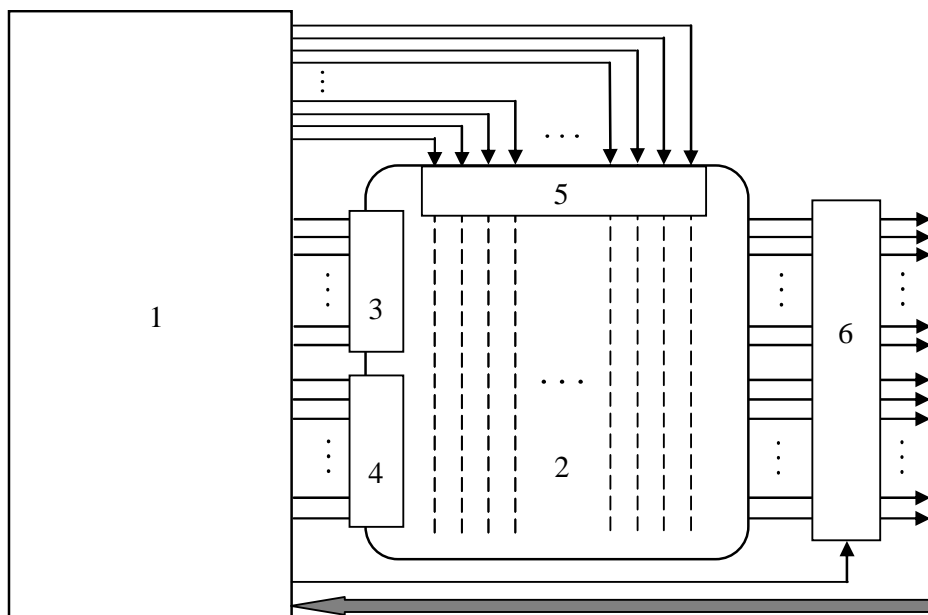


Рис. 4. Функціональна схема апаратури для квантових обчислень:
 1 – класична швидкодіюча ЕОМ; 2 – квантовий процесор; 3, 4 – пристрої запису інформації в квантові регістри; 5 – пристрій керування квантовими операціями; 6 – пристрій зчитування інформації з кубітів

А потім виконується низка передбачених програмою квантових операцій, в ході яких відбуваються цілеспрямовані взаємоузгоджені перетворення одночасно мільярдів амплітуд. Досягається такий ступінь паралелізму, який "і не снився" класичним комп'ютерам. Коли перетворення закінчуються, за допомогою пристрою 6 інформація зчитується з кубітів і передається в класичний комп'ютер. Програмою роботи може бути передбачене і проміжне зчитування стану лише декількох чи навіть одного з усіх кубітів. За результатом проміжного зчитування вибирається одне з багатьох можливих продовжень програми, і цикл повторюється. Передбачається й багатократне повторення однієї програми при різних варіантах початкових даних. Такого роду комплекс забезпечує ефективне поєднання переваг і класичних, і квантових обчислень.

7. Декогеренція і квантове виправлення помилок

Експерименти вже з першими діючими зразками квантових процесорів з невеликою кількістю кубітів виявили той прикрий факт, що окремі кубіти й тим більше групи кубітів не вдається довго утримувати в «когерентному» стані, коли зберігаються різниці фаз між хвильовими функціями [30-33]. Справа у тому, що ні окремий кубіт, ні квантовий регістр насправді не є повністю ізольованими від оточуючого середовища системами. Як не намагаються експериментатори, їм не вдається повністю виключити вплив хаотичних теплових коливань, зовнішніх випадкових електромагнітних полів, гравітаційного поля, космічних потоків нейтрино, шумів фізичного вакууму тощо. Квантові логічні операції теж не виконуються абсолютно точно. Діючи націлено на один, два чи на групу кубітів, не вдається повністю усунути небажаний частковий вплив на сусідні кубіти. Якщо звернутись до рис. 1, то вплив усіх цих сторонніх шумових факторів наочно можна уявити як хаотичне відхилення («дрейф») вектора стану кубіта під дією сторонніх впливів від свого «ідеального» положення OM . За тривалий час вектор стану може «дрейфувати» досить далеко. А час від часу

співпадіння зовнішніх впливів діє як процес зчитування: кубіт стрибком переходить в один із своїх базових станів. У випадку взаємодії кількох кубітів, особливо у сплетених станах, це призводить до непередбаченої зміни стану всього квантового регістра. І чим більше кубітів у регістрі, тим частіше має місце втрата когерентності. Це явище називають «декогеренцією» (від англ. «decoherence», рос. «декогерентизация», «декогерентность»). Через це в квантових обчисленнях виникають помилки, і починається неконтрольована еволюція квантового процесора.

Проте виявилось, що з руйнівним впливом декогеренції можна успішно боротись за допомогою добре продуманих методів кодування, періодичного контролю, своєчасного виявлення та квантової корекції помилок. Методи виявлення та корекції збоїв і помилок були добре розроблені вже в класичній обчислювальній техніці, де була показана висока ефективність «надлишкового» кодування, коли n бітів даних спеціальними способами кодуються $(n+k)$ – бітним кодом. Це дозволяє ефективно виявляти одно-, двох- і кілька-бітові помилки та коригувати їх. Така ідея використовується і в квантовому випадку. Проте квантова корекція помилок виявилась набагато складнішою, адже мова йде не про біти, а про кубіти, разом з усіма їх особливостями. Особливо утруднює справу неможливість «клонування», тобто створення кількох копій стану кубітів. Є, однак, і специфічно квантові переваги. Наприклад, вже у випадку одного кубіта можна вважати припустимими не всі його квантові стани. Сферу Блоха (рис. 1) можна розбити на окремі ділянки, наприклад, апроксимуючи її правильним многогранником, і вважати припустимими лише квантові стани, які представлені векторами, проведеними до центру граней. Якщо через зовнішні впливи вектор стану зміститься за деякий час (період контролю) зі свого припустимого положення, але залишиться у межах грані, то при періодичному контролі він може бути примусово повернутий у центр грані, що дозволяє підтримувати припустимий стан кубіта незмінним як завгодно довго.

Завдяки роботам П. Шора, А. Стіна, А. Китаєва, Ч. Бенетта і багатьох інших, знайдені ефективні методи кодування, діагностики відхилень і їх квантової корекції, які дозволяють підтримувати контрольований процес квантових обчислень як завгодно довго, якщо імовірність помилки при виконанні однієї квантової логічної операції нижче певного рівня (порядку однієї помилки на $10^4 - 10^5$ квантових операцій) [20, 27, 34–37]. Програма періодичного контролю, виявлення, діагностики та квантової корекції помилок має запускатись і працювати у фоновому режимі. Через необхідність надлишкового кодування значно зростає й сумарна кількість потрібних для квантових обчислень кубітів. Але завдяки цьому квантові обчислення стають можливими навіть за наявності декогеренції.

8. Технічні вимоги до елементної бази квантового процесора

В роботі [38] сформульовані такі вимоги до елементної бази практично цінного квантового процесора:

– він має складатись не менш як приблизно з 1000 кубітів, бо лише у цьому випадку економічно виправдовуються витрати на його реалізацію порівняно з сучасними класичними комп'ютерами;

– має бути забезпечена можливість запису та зчитування інформації з кожного кубіта та з усього квантового регістра в цілому;

– квантовий процесор має бути настільки добре ізольованим від зовнішніх впливів, що зумовляють його декогеренцію, щоб гарантований час збереження когерентності був достатнім для виконання принаймні $10^4 - 10^5$ квантових логічних операцій;

– у процесорі має бути забезпечена можливість контрольованого виконання функціонально повного набору квантових логічних операцій;

– ефективне кодування та фонові програми діагностики і квантової корекції помилок мають підтримувати процес квантових обчислень як потрібно довго.

9. Можливі шляхи реалізації кубітів

На сьогодні запропоновані та експериментально перевірені вже десятки варіантів фізичної реалізації кубітів. Природними кубітами самі по собі є ядра атомів, які мають спин $\frac{1}{2}$. Такими є, наприклад, ядро гідрогену ^1H , ізотопів карбогену ^{13}C , фтору ^{19}F , фосфору ^{31}P тощо. В зовнішньому магнітному полі власний магнітний момент таких ядер в «базових» станах орієнтується в напрямку силових ліній цього поля або в протилежному напрямку. Вимірювання класичними приладами завжди дають або той, або інший результат. Їх позначають « \uparrow » (спін уверх) та « \downarrow » (спін донизу) або $|0\rangle$ та $|1\rangle$. Хоча насправді ядро такого атома найчастіше перебуває в одному із «змішаних» станів, який описується хвильовою функцією (5).

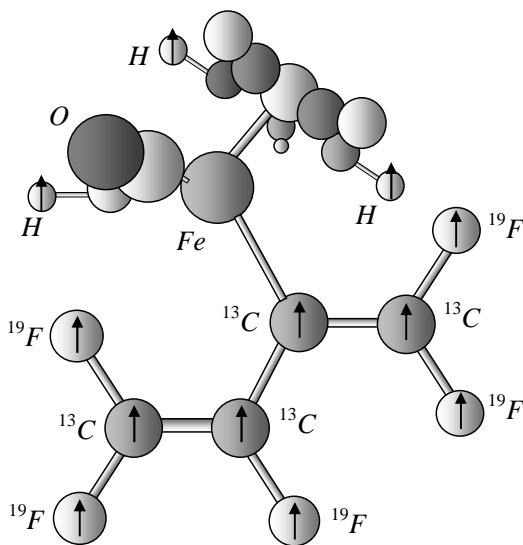


Рис. 5. Приклад молекули, до складу якої входять ядра атомів з напівцілим спіном, що можуть використовуватись як кубіти

Квантовим регістром з тисяч кубітів могла би бути вже одна нанотрубка з атомів ^{13}C [39] довжиною кілька мікрометрів. Але великою проблемою є точна, націлена «адресація» до кожного окремого ядра з метою запису і зчитування його стану та для керування квантовими логічними операціями. Така точна адресація сучасній техніці ще не під силу. Тому квантові обчислення на ядерних спінах пробують зараз реалізувати у інших варіантах [40]. Одним із них є використання молекул, до складу яких входять атоми різних елементів

з напівцілим спіном ядра (рис. 5). «Спінові» кубіти на різних ядрах або на однакових ядрах, якщо вони по-різному хімічно зв'язані в молекулі, мають різні резонансні частоти. Завдяки цьому для адресного запису даних в такі кубіти, для виконання квантових логічних операцій над ними та для зчитування з них інформації можна використовувати короткі надвисокочастотні радіоімпульси різної частоти й добре розвинуті методики досліджень ЯМР (ядерного магнітного резонансу).

На ансамблях до десятка таких кубітів вже експериментально випробувані, наприклад, квантова телепортація, робота квантового алгоритму Гровера, квантове перетворення Фур'є та інші. Проте число подібних спінових кубітів з досить відмінними резонансними частотами не може бути більшим за кілька десятків.

Значно перспективнішим для реалізації повномасштабного квантового процесора здається використання спінів ядер ^{31}P , націлено імплантованих в наперед заданому порядку в кремній. На цьому ж кристалі кремнію над ядрами-кубітами ^{31}P та між ними формують керуючі електроди, які дозволяють точно адресуватись до цих кубітів при виконанні квантових операцій над ними. Деталі цього підходу всебічно описані в монографії [40].

Цікавим варіантом реалізації кубітів є використання особливостей стану електронів у так званих «квантових точках» – дуже маленьких (розміром у нанометри) дефектах чи сторонніх вкрапленнях у кристалі напівпровідника. Електрони в таких «точках» знаходяться у тривимірній «потенціальній ямі» і, як випливає з рівняння (3), поводять себе як стоячі хвилі й можуть перебувати лише в дискретних енергетичних станах з відстанями між ними порядку $\hbar^2/(2md^2)$, де d – розмір «квантової точки», m – ефективна маса електрона в ній. Переходи з одного енергетичного стану в інший можуть відбуватись шляхом поглинання чи випромінювання кванта світла відповідної енергії й частоти, а взаємодія між квантовими точками – через електричне поле або через обмінну «спін-спінову» взаємодію. Коли вдасться розробити нанотехнологію формування системи керуючих електродів і великої кількості однакових «квантових точок» розмірами порядку нанометрів у заданих місцях на поверхні напівпровідника, то цей напрямок реалізації квантових процесорів може стати досить перспективним [41–43].

Як кубіти можуть бути використані й окремі іони та атоми, локалізовані в певних місцях за допомогою спеціальної конфігурації системи електродів і створюваного ними електричного поля чи за допомогою «оптичної ґратки», що виникає в результаті інтерференції лазерних пучків світла [44–46]. Якщо такі іони-кубіти вишикувати на невеликих відстанях в ланцюжок, то в ньому можна збуджувати колективні механічні (ультразвукові) коливання, які ведуть до виникнення сплетених станів і надають можливість керувати їх еволюцією. «Записувати» та «зчитувати» інформацію з таких кубітів можна за допомогою точно направлених імпульсів резонансного лазерного випромінювання.

Як кубіти можуть розглядатися також і окремі кванти електромагнітного поля – фотони видимого чи інфрачервоного світла, імпульси ультракоротких радіохвиль. Базовими станами фотонів можуть бути взаємно ортогональні напрямки їх поляризації, протилежні фази коливань тощо. Для того, щоб локалізувати фотони та мати змогу індивідуально адресуватись до них, кванти електромагнітного поля «замикають» у відповідних оптичних чи НВЧ резонаторах, хвилеводах, електродинамічних порожнинах [47–50].

Є й багато інших варіантів, серед яких, наприклад, окремі електрони, локалізовані в рідкому надтекучому гелії [51] або на молекулах фулерену C_{60} [52], тощо. Одним із найбільш перспективних варіантів вважаються квантові процесори на основі «сквідів» – надпровідних квантових інтерферометрів і так званих «переходів Джозефсона», розгляді яких присвячена друга частина статті.

Частина II. Квантові процесори з переходами Джозефсона

Відмітимо, що деякі оглядові статті за цією темою вже опубліковані [53, 54], але вони орієнтовані на фахівців-фізиків або на ознайомлення з цією тематикою широкої аудиторії. Наш огляд адресується, в першу чергу, фахівцям з обчислювальної техніки, щоб вони краще уявляли собі нинішній стан і можливі перспективи розвитку даної швидко прогресуючої галузі науки і техніки.

1. Надпровідність

Нагадаємо, що при дуже низьких температурах, нижчих за так звану „критичну температуру” (вона для кожного потенціально надпровідного матеріалу своя), ряд металів та сплавів (зокрема, ніобій та його аналоги, які використовуються найчастіше) стають надпровідними, тобто зовсім не чинять ніякого опору протіканню електричного струму. Через це магнітне поле витісняється з товщі надпровідника. Надпровідність зумовлена квантово-механічною взаємодією між електронами з протилежно напрямленими спінами, завдяки якій за певних умов електрони об'єднуються попарно. Кожна пара зв'язаних електронів (на честь першовідкривача їх називають куперівськими парами) поводить себе як квазічастинка з нульовим спіном і електричним зарядом, вдвічі більшим за заряд електрона. Для переходу в інший дозволений енергетичний стан куперівським парам потрібна значна енергія. Тому вони не можуть розсіюватись на атомах, іонах, дефектах кристалічної ґратки, через що й зникає електричний опір. На квазічастинки з нульовим спіном не розповсюджується квантово-механічний принцип Паулі, і всі вони можуть знаходитись в одному квантовому стані, описуються спільною хвильовою функцією, інакше кажучи, є когерентними. Завдяки цьому в надпровідниках має місце макроскопічна квантова інтерференція, особливо перспективна для реалізації квантових обчислень, бо типово квантову поведінку виявляють макроскопічні об'єкти, технологія роботи з якими вже добре відпрацьована.

Якщо густина струму залишається нижче деякого „критичного” значення, то в замкненому надпровідному контурі електричний струм може циркулювати без затухання за відсутності будь-якої сторонньої ЕРС. Макроскопічна квантова інтерференція призводить до того, що магнітний потік, який пронизує отвір контура, „квантується”, тобто є кратним до величини

$$\Phi_0 = h/(2e) = 2.07 * 10^{-15} \text{ Вб}, \quad (26)$$

де h та e – відомі фізичні константи (стала Планка і заряд електрона). Цю величину називають квантом магнітного потоку, а замкнені надпровідні контури – надпровідними квантовими інтерферометрами або «сквідами» (від англ. „SQUID” – „Superconducting Quantum Interference Device”).

2. Переходи та ефекти Джозефсона

У 1962 р. Б. Джозефсон відкрив, що надпровідний струм може протікати, не зустрічаючи опору, також і через тонкий тунельний бар'єр між двома надпровідниками. Такі бар'єри стали називати «переходами Джозефсона» (далі ми вживаємо скорочення «ПД»). На практиці застосовують один із кількох типів переходів. Найчастіше це дуже тонкий (~2 нм) шар окислу між двома металевими надпровідниками – структура SIS (надпровідник – ізолятор – надпровідник (рис. 6 а)). Інший тип має

структуру SNS (надпровідник – нормальний метал – надпровідник). Шар нормального металу може мати товщину вже порядку 10 нм. Третій тип – це „місток” – вузька перемичка між двома відносно широкими плівковими надпровідниками. Ще один тип SFS (надпровідник – ферромагнетик – надпровідник).

Пари зв'язаних електронів можуть проходити крізь ПД завдяки тунельному ефекту. Між хвильовими функціями куперівських пар з обох боків бар'єра в результаті тунельного обміну встановлюється деяка стала різниця фаз φ , яка і визначає величину електричного надпровідного струму через ПД:

$$I = I_c \sin \varphi, \quad (27)$$

де I_c – критичний струм, при перевищенні якого надпровідність руйнується, і тоді на ПД з'являється не нульова напруга U .

Якщо до ПД в надпровідному стані прикласти постійну напругу U , то через перехід тече змінний струм з частотою, пропорційною до цієї напруги:

$$\omega = 2eU / \hbar \approx 483,6 \text{ (МГц/мкВ)} U. \quad (28)$$

Еквівалентну електричну схему ПД подають у вигляді електромагнітного коливального контура, зображеного на рис. 6б. За означенням індуктивність є коефіцієнтом пропорційності між ЕРС самоіндукції та швидкістю зміни струму. Тому «джозефсонівська індуктивність» переходу

$$L_{\text{ПД}} = \hbar / (2eI_c \cos \varphi) \quad (29)$$

не є сталою, а нелінійно залежить від різниці фаз φ .

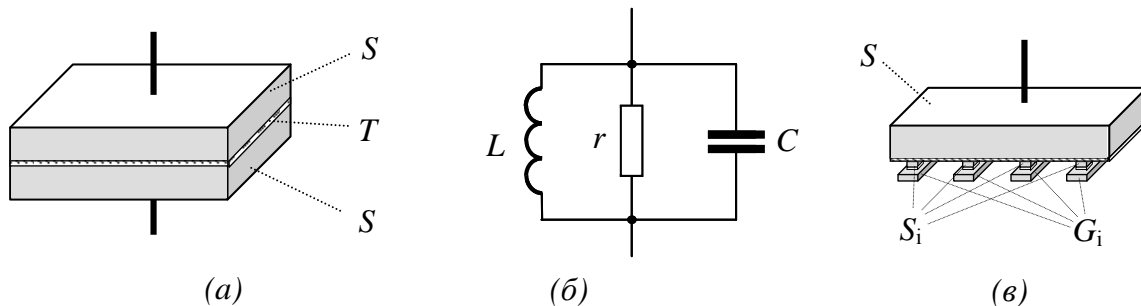


Рис. 6. (а) Структура та (б) еквівалентна електрична схема переходу Джозефсона: S – надпровідник; T – тонкий перехідний шар; C – електроємність; L – нелінійна індуктивність; r – активний опір (стає суттєвим, коли величина струму через перехід перевищує I_c).

(в) Структура зарядових джозефсонівських кубітів: S_i – електрично ізольовані надпровідні острівці; G_{i1} – електроди для зміни та зчитування стану кубітів

Детальніше про переходи Джозефсона та їх застосування в надпровідній електроніці можна прочитати в роботі [55].

3. Зарядові кубіти

Найпростіші кубіти на основі ПД зображено на рис. 6в. Один із надпровідників (S) є масивним, а інші – виконані у вигляді маленьких електрично ізольованих надпровідних острівців (S_i), названих англ. мовою «the single Cooper pair box». На кожному з цих острівців може знаходитись лише ціле число надлишкових куперівських пар електронів ($0, 1, 2, \dots$), і кожному числу пар відповідає своя енергія переходу і свій квантовий стан острівця. Такі структури називають «зарядовими» кубітами. Звичайно за « $|0\rangle$ » та « $|1\rangle$ » приймають найнижчі енергетичні стани – з 0 та 1 надлишковою куперівською парою на острівці. Зчитувати стан зарядового кубіта можна, вимірюючи потенціал металевого електрода G_i , прокладеного поблизу від надпровідного острівця відносно масивного надпровідника. А змінювати цей стан можна, подаючи на цей електрод імпульс додатної чи від'ємної напруги.

В зарядових кубітах електрична енергія $E_C = (2ne)^2 / (2C)$, накопичувана на ємності ПД, має бути значно більшою за енергію $E_J = (\hbar^2 / 2e) I_C$, яку називають джозефсонівською енергією. Цю умову тим легше виконати, чим менша площа ПД.

4. Потоківі (фазові) кубіти

Перспективними вважають і так звані «потоківі» кубіти (flux qubit) [56]. Вони є різними варіантами сквіда з одним або з кількома ПД в надпровідному контурі. Площа ПД тут має бути значно більшою, ніж у зарядових кубітах, щоб виконувалась умова $E_J \gg E_C$. Введення ПД у сквід на кілька порядків зменшує критичну величину надпровідного струму I_C і дещо змінює характер квантування струму, що циркулює в контурі.

Принцип дії потокового кубіта з одним ПД показано на рис. 7.

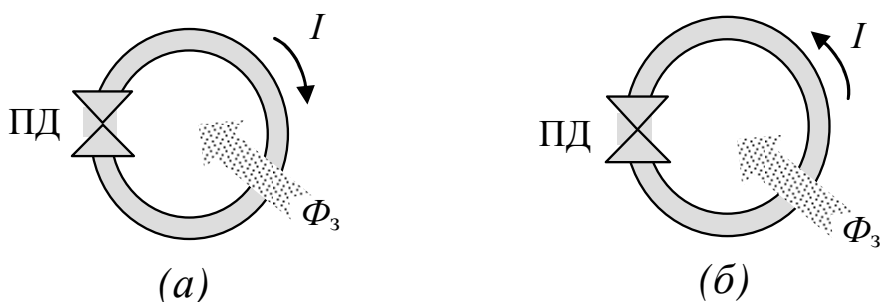


Рис. 7. Принцип дії потокового кубіта на сквіді з одним ПД: ПД – перехід Джозефсона, Φ_3 – зовнішній магнітний потік, I – електричний струм у надпровідному контурі (а) в базовому стані $|0\rangle$; (б) в базовому стані $|1\rangle$

Тут умовно зображений замкнений надпровідний контур, отвір якого пронизує зовнішній магнітний потік Φ_3 . Завдяки макроскопічній квантовій інтерференції в контурі встановлюється такий надпровідний струм I , щоб сумарний магнітний потік Φ через контур був кратним кванту магнітного потоку Φ_0 . Для цього магнітний потік, зумовлений струмом I , зменшує або збільшує

Φ_3 на відповідну величину. Тому надпровідний контур може перебувати у двох базових станах: коли струм тече в ньому за годинниковою стрілкою або проти годинникової стрілки. На ПД встановлюється потрібна різниця фаз φ – відповідно до формули (2). Зовнішній магнітний потік Φ_3 називають ще потоком зміщення, бо він дещо змінює характер залежності потенціальної енергії кубіта від сумарного магнітного потоку Φ крізь його отвір, а отже й розташування дозволених енергетичних рівнів. На рис. 8 ці залежності наведено для двох типових випадків. В обох випадках потоковий кубіт має 2 потенціальних мінімуми. Але коли потік зміщення дорівнює точно половині Φ_0 , то потенціал кубіта є симетричним. А коли значення Φ_3 відхиляється від $0,5 \Phi_0$, то симетрія зникає. І відповідно розходяться енергетичні рівні базових станів кубіта.

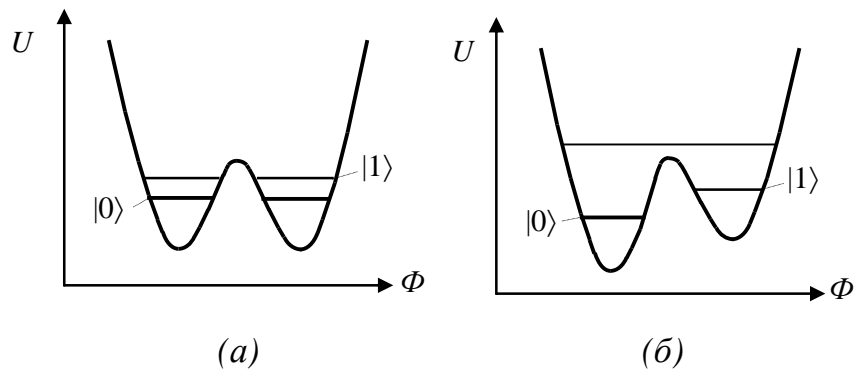


Рис. 8. Залежність потенціалу U потокового кубіта від сумарного магнітного потоку Φ крізь отвір контура при: (а) $\Phi_3 = 0,5 \Phi_0$ і (б) $\Phi_3 < 0,5 \Phi_0$; $|0\rangle$ та $|1\rangle$ – рівні енергії, що відповідають базовим станам кубіта

Зараз інтенсивно вивчають також варіанти потокового кубіта з двома та трьома ПД. В кубітах з кількома ПД квантування магнітного потоку крізь отвір надпровідного контура призводить до встановлення наступного співвідношення між фазами на всіх ПД:

$$\sum_i \varphi_i + \varphi_e = 2\pi k, \quad k \in Z, \quad (30)$$

де φ_i – перепад фази на i -му ПД, а $\varphi_e = (2e/\hbar)\Phi_3$ – умовна фаза, залежна від зовнішнього магнітного потоку Φ_3 крізь контур. Справа у тому, що застосування кількох ПД в надпровідному контурі дозволяє значно зменшити геометричні розміри контура. А це одночасно зменшує й вплив на кубіт неконтрольованих флуктуацій наведених зовнішніх електромагнітних та магнітних полів і цим сприяє збереженню когерентності кубітів.

Надпровідні контури з двома ПД звичайно застосовують в сквідах постійного струму (dc SQUID), які використовують як дуже чутливі вимірювачі магнітного потоку. В квантових процесорах їх застосовують для зчитування стану надпровідних потокових кубітів. Типова схема надпровідного магнітометра на сквіді з двома ПД зображена на рис. 9а.

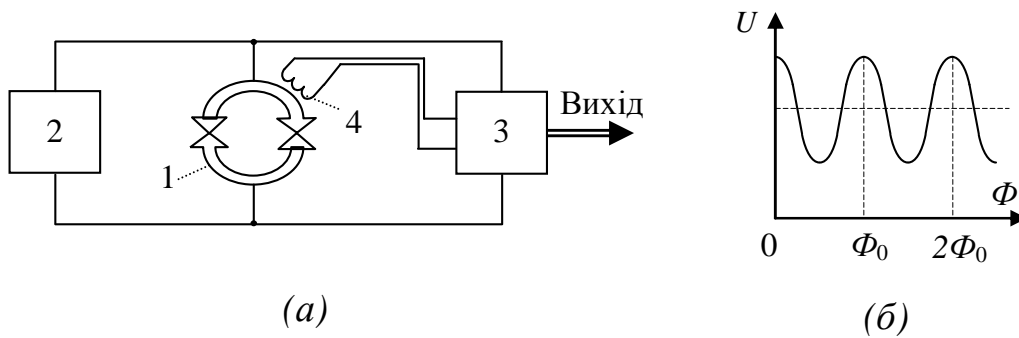


Рис. 9. (а) Функціональна схема надпровідного магнітометра: 1 – сквід постійного струму з двома переходами Джозефсона, 2 – джерело постійного струму, 3 – вимірювальний вузол; 4 – котушка зворотного зв'язку. (б) Залежність напруги на сквіді від магнітного потоку

Через сквід 1 пропускають постійну складову електричного струму (так званий транспортний струм) від джерела струму 2. Коли транспортний струм перевищує критичний струм, то на ПД виникає падіння напруги U , яке вимірює вузол 3. Ефект Джозефсона зумовлює характерну для макроскопічної інтерференції залежність цієї напруги від магнітного потоку, що пронизує сквід, зображену на рис. 9б. Видно, що, вимірюючи напругу, можна визначати величину магнітного потоку з точністю у долі магнітного кванта. В найкращих магнітометрах на таких сквідах досягнута чутливість $10^{-6} \Phi_0$. Регулюючи постійний струм від джерела 2, можна підібрати потрібний середній рівень напруги на сквіді, а за допомогою додаткової петлі підмагнічування 4 можна вибрати найбільш вигідне розташування робочої точки на шкалі магнітного потоку. Зміни напруги на сквіді підсилюються вузлом 3 до потрібного рівня і видаються назовні.

В роботах [57–59] детально вивчена поведінка сквіда постійного струму як кубіта у складі 2-сквідової схеми, зображеної на рис. 10а. Базові стани кубіта визначаються малим надпровідним контуром 1 з двома однаковими ПД. Зовнішній надпровідний контур 2 з ПД більшої площі (й відповідно більшим критичним струмом) забезпечує можливість юстування, зчитування та запису потрібного базового стану кубіта. Змінюючи магнітний потік Φ_x , можна маніпулювати глибиною потенціальних мінімумів.

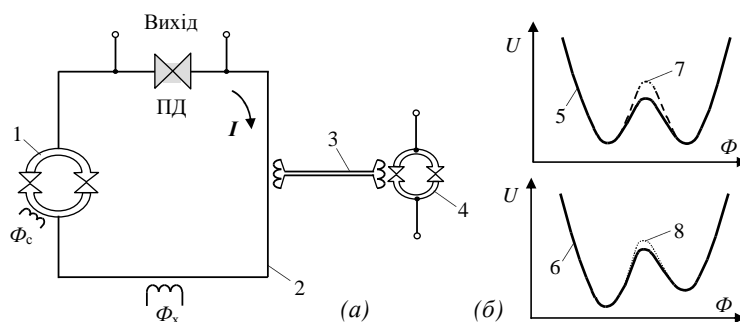


Рис. 10. (а) Схема 2-сквідового кубіта: 1 – сквід постійного струму з двома ПД; 2 – «великий» надпровідний контур зі струмом I ; ПД – зчитувальний перехід Джозефсона; Φ_x та Φ_c – зовнішні магнітні потоки для точного юстування та керування кубітом; 3 – надпровідний трансформатор магнітного потоку; 4 – зчитувальний сквід; (б) Можливості юстування та керування кубітом

На рис. 10б показано, що при $\Phi_x \approx 0,5\Phi_0$ можна точно зрівняти глибину потенціальних мінімумів (крива 5), а трохи змінюючи цей магнітний потік, порушити симетрію в той чи інший бік (крива 6) і тим самим змусити кубіт перейти в потрібний початковий базовий стан. Змінюючи магнітний потік Φ_C , можна коригувати висоту потенціального бар'єра між двома мінімумами (криві 7 та 8), регулюючи стійкість кубіта та його чутливість до зовнішніх впливів. Замість зовнішнього магнітного потоку у «великий» надпровідний контур 2 можна ввести джерело струму зміщення. Керування кубітом можна організувати і дистанційно – за допомогою надпровідного трансформатора магнітного потоку 3 й додаткового сквіда постійного струму 4.

На рис. 11 показано кубіт з трьома ПД. В його надпровідний контур входять 2 однакові ПД (ПД1 і ПД2) і третій – ПД3, який має набагато меншу площу і тому більшу зарядову енергію E_C і меншу енергію переходу E_J . Такі кубіти мають два ступеня свободи: перепади фази на двох однакових ПД. Тому їх ще називають фазовими. Залежність потенціальної енергії фазового кубіта від сумарного магнітного потоку Φ крізь його отвір має форму періодичної двовимірної поверхні з потенціальними мінімумами. Якісно стани кубіта з трьома ПД подібні до кубіта з одним ПД, але кількісні параметри суттєво відрізняються, і їх вдається значно покращити.

Ліворуч на рис. 11 зображена схема фазового кубіта 1, розміщеного всередині сквіда постійного струму 2, а праворуч – наведена електронно-мікроскопічна фотографія зовнішнього вигляду одного із зразків такої структури [54]. Магнітний потік, що пронизує отвір кубіта, в такій конструкції одночасно пронизує і отвір сквіда 2, що дозволяє вимірювати стан кубіта після різноманітних маніпуляцій з ним.

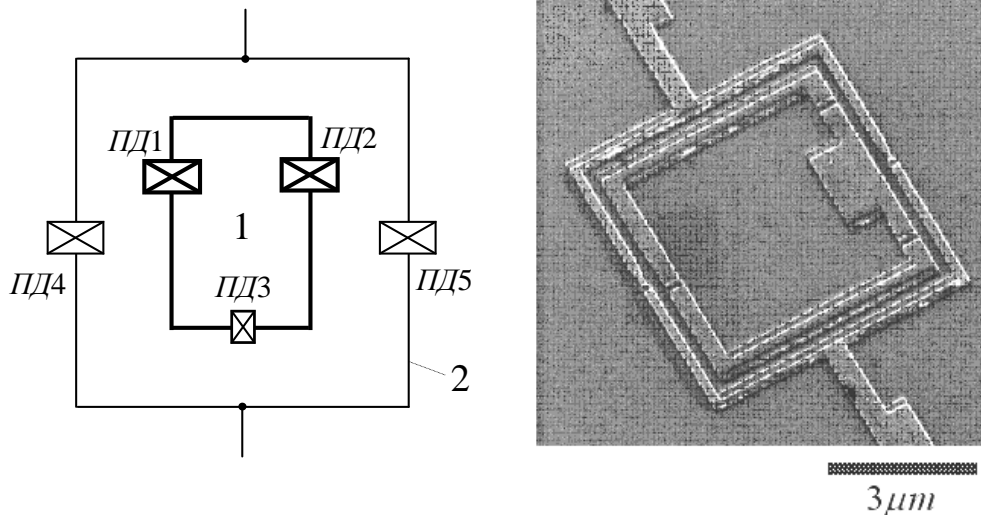


Рис. 11. Ліворуч – схема кубіта 1 з трьома ПД, розміщеного всередині сквіда постійного струму 2. Праворуч – фото одного із зразків такої структури

В роботі [60] запропонована модифікація фазового кубіта з трьома ПД, в якій середній ПД має структуру «надпровідник-ферромагнетик-надпровідник» (SFS). Струм через такий перехід є стабільним лише тоді, коли зсув фаз на ньому становить π . Тому такий, більш стабільний, кубіт

називають π -кубітом. За відсутності зовнішнього магнітного поля він має два основних квантових стани, маніпулювати якими дозволяє вже дуже слабкий магнітний потік порядку $0,05 \Phi_0$. Відстань між їх енергетичними рівнями $\Delta E \approx 3 \cdot 10^{-24}$ Дж. Кубіт може мати дуже малі розміри (менше 1 мкм) й зовсім невеликий струм надпровідності (10^{-8} А), що сприяє досягненню високого рівня інтеграції.

5. Зарядово-фазові кубіти

Менш вивченими є зарядово-фазові кубіти з ПД, в яких не виконується ні умова $E_J \gg E_C$, ні умова $E_C \gg E_J$, тобто джозефсонівська та зарядова енергії є одного порядку величини. Варіанти схем таких кубітів зображені на рис. 12. Ізольований надпровідний острівець SCB з'єднаний тут з двома однаковими ПД (ПД1 та ПД2), ввімкненими в надпровідний контур. Схему ліворуч англ. мовою називають ще «the single Cooper pair transistor» (SCT). У випадку, коли параметри ПД такі, що $E_C \gg E_J$, ця схема працює в «зарядовому» режимі. Тоді її застосовують для контролю зарядового стану кубіта шляхом вимірювання сигналів з індуктивності L . В загальному ж випадку, коли енергії E_C та E_J близькі, ні величина заряду на острівці, ні магнітний потік через надпровідний контур не визначені, бо відповідні їм оператори в рівнянні Шредінгера не комутують між собою. Це – типове квантово-механічне явище, аналогічне тому, як електрон в атомі не має ні визначеної координати, ні визначеного імпульсу. Система є стійкою лише при певних дискретних значеннях енергії, два найнижчі з яких і приймаються за базові стани зарядово-фазового кубіта. Невизначеність заряду і магнітного потоку крізь надпровідний контур утруднює експериментальне вивчення таких кубітів. Але їх перевагою є те, що їх станом можна керувати і шляхом зміни зовнішнього магнітного потоку Φ_3 , і шляхом зміни напруги зміщення U , і шляхом зміни струму зміщення в схемі на рис. 12б. Це надає додаткові можливості при об'єднанні багатьох кубітів в систему.

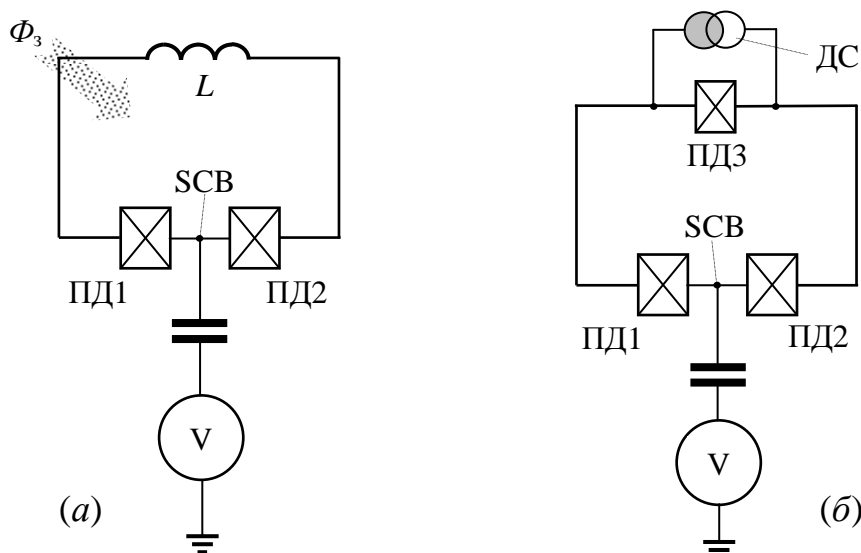


Рис. 12. Варіанти схеми зарядово-фазового кубіта: ПД1, ПД2, ПД3 – переходи Джозефсона; SCB – ізольований надпровідний острівець; Φ_3 – зовнішній магнітний потік; ДС – джерело струму зміщення; V – вимірювач напруги або джерело напруги зміщення. (а) Зарядово-фазовий кубіт з двома ПД; (б) з трьома ПД

6. Маніпулювання надпровідними кубітами

Вище вже відмічалось, що записувати та зчитувати інформацію у випадку зарядових кубітів можна за допомогою спеціальних електродів, що проходять поблизу від ізольованих надпровідних острівців (наприклад, безпосередньо під ними), а у випадку поточкових кубітів – за допомогою зовнішнього магнітного поля та спеціального сквіда, пов'язаного з даним кубітом через магнітний потік. Ми вже відмічали, що магнітний зв'язок може бути й не безпосереднім, а через рамку з надпровідника, один отвір якої розташований поруч, над або під кубітом, а інший – поряд з вимірювальним сквідом або з джерелом імпульсів струму запису чи зчитування.

Зараз інтенсивно вивчаються також методи маніпулювання кубітами з ПД за допомогою імпульсів надвисокочастотного (НВЧ) електромагнітного поля [61–66]. При теоретичному вивченні до стаціонарного гамільтоніану кубіта додають потенціал взаємодії кубіта з електромагнітним полем і отримують нестационарне рівняння Шредінгера (4), яке описує еволюцію системи в часі. Теоретичні дослідження показали, що кубіт з ПД у цій взаємодії поводить себе як високочастотний коливальний контур (осцилятор). Тому він суттєво взаємодіє лише з тими частотними компонентами електромагнітного поля, які відповідають власним резонансним частотам кубіта:

$$\nu_{ij} = (E_i - E_j)/h , \quad (31)$$

тобто його переходам з i -го дозволеного енергетичного рівня на j -й. Якщо, наприклад, кубіт знаходиться в базовому стані $|0\rangle$ і на нього починає діяти електромагнітне поле з резонансною частотою ν_{01} , яка відповідає енергії переходу в стан $|1\rangle$, то під впливом цього поля імовірність $p(|0\rangle)$ зчитати з кубіта $|0\rangle$ зменшується з часом від 1 до 0. НВЧ імпульси з тривалістю, при якій імовірність виявити кубіт в станах $|0\rangle$ і $|1\rangle$ стає однаковою ($p(|0\rangle) = p(|1\rangle) = 0,5$), називають $\pi/2$ -імпульсами. Такі значення ймовірностей означають, що після дії $\pi/2$ -імпульсу кубіт знаходиться в змішаному стані ($|0\rangle + |1\rangle$). При подальшій взаємодії з НВЧ імпульсом квантовий стан кубіта еволюціонує в напрямку базового стану $|1\rangle$. НВЧ імпульси з тривалістю, при якій кубіт остаточно переходить в стан $|1\rangle$, тобто $p(|0\rangle) \approx 0$, а $p(|1\rangle) \approx 1$, – називають π -імпульсами. Тривалість $\pi/2$ -та π - імпульсів залежить від амплітуди НВЧ коливань: чим вона більша, тим швидше відбувається зміна стану і тим коротший π -імпульс.

У випадку поточкових кубітів найбільш ефективна взаємодія має місце тоді, коли вектор магнітної індукції \vec{B} електромагнітного поля напрямлений перпендикулярно до площини надпровідного контура, а у випадку зарядових кубітів – тоді, коли вектор напруженості електричного поля \vec{E} орієнтований перпендикулярно до площини джозефсонівського бар'єра. Оскільки в поточкових кубітах та сквідах положення енергетичних рівнів залежить від зовнішнього магнітного поля чи/та від струму зміщення, то за допомогою цих факторів можна дещо змінювати резонансні частоти і тим самим керувати зовні результатом взаємодії з електромагнітним полем. Експериментальні дослідження повністю підтвердили теоретичні висновки. Таким чином, діючи на

кубіт НВЧ імпульсами резонансної частоти й потрібної тривалості, можна виконувати над ним квантову логічну операцію повороту вектора стану кубіта на будь-який відповідний кут.

В роботі [14] вивчалась взаємодія НВЧ імпульсів з парою поточкових кубітів, між якими мав місце слабкий індуктивний зв'язок: $k = 2M / L \approx 0,001$, де L – власна індуктивність кожного кубіта, M – їх взаємна індуктивність. Коли НВЧ імпульс має резонансну частоту $\nu_{|10\rangle \rightarrow |11\rangle}$, то система кубітів із базового стану $|10\rangle$ починає швидко еволюціонувати в напрямку стану $|11\rangle$. Імовірність зчитування $p(|10\rangle)$ поступово зменшується від 1 до 0, натомість $p(|11\rangle)$ – зростає від 0 до 1. Після дії $\pi/2$ -імпульсу система знаходиться в змішаному стані $(|10\rangle + |11\rangle)$. Із базового стану $|11\rangle$ в результаті взаємодії з резонансним електромагнітним полем система еволюціонує у напрямку стану $|10\rangle$: після $\pi/2$ -імпульсу – знаходиться в змішаному стані $(|10\rangle + |11\rangle)$, а після π -імпульсу – вже в стані $|10\rangle$. Якщо НВЧ імпульс діє лише на другий кубіт системи, то при початкових базових станах $|00\rangle$ і $|01\rangle$ система так і залишається в початковому стані. Якщо ж систему спочатку за допомогою $\pi/2$ -імпульса, поданого на перший кубіт, перевести у змішаний стан $(|00\rangle + |10\rangle)$ або $(|01\rangle + |11\rangle)$, то після дії на другий кубіт π -імпульсу система переходить у сплутаний стан $(|00\rangle + |11\rangle)$ або відповідно – у $(|01\rangle + |10\rangle)$. Таким чином виявилось, що систему з двох індуктивно зв'язаних кубітів, діючи на кожний кубіт окремо резонансними НВЧ імпульсами, можна використати як квантовий логічний вентиль «Контрольоване заперечення» (CONTROLLED-NOT), який є універсальним 2-кубітовим квантовим вентиляем.

У 2006 р. в [66] обґрунтована можливість реалізації з допомогою електромагнітного поля універсальної багатокубітної квантової логічної операції «контрольоване унітарне перетворення» (n-qubit controlled-U gate) і описана послідовність потрібних для цього дій. Логічна схема такої операції зображена на рис. 13а.

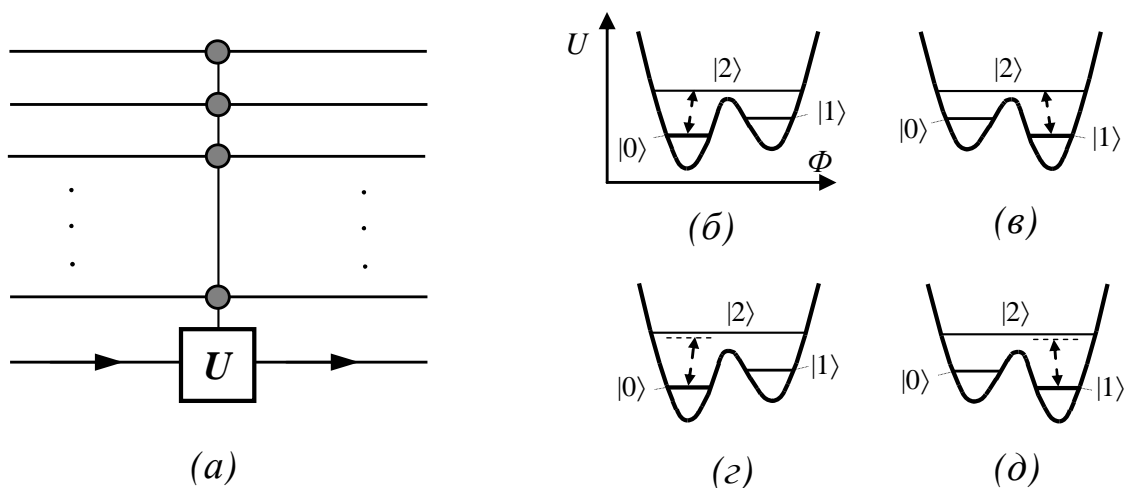


Рис. 13. (а) Логічна схема універсальної багатокубітної квантової операції «контрольоване унітарне перетворення»; (б) Схема енергетичних рівнів кубіта та резонансної взаємодії, коли зовнішній магнітний потік $\Phi_3 = (0,5 - \delta) \Phi_0$; (в) Те ж саме при $\Phi_3 = (0,5 + \delta) \Phi_0$; (г) Схема енергетичних рівнів кубіта та позарезонансної взаємодії, коли зовнішній магнітний потік $\Phi_3 = (0,5 - \delta) \Phi_0$; (д) Те ж саме при $\Phi_3 = (0,5 + \delta) \Phi_0$

Темними кружечками умовно зображені контролюючі кубіти, а квадратиком з позначкою U – контрольований кубіт, над яким виконується будь-яке однокубітне унітарне перетворення, тобто поворот вектора стану кубіта на сфері Блоха на задані кути навколо координатних осей. Але це унітарне перетворення реалізується лише у тому випадку, якщо усі контролюючі кубіти перебувають у базовому стані $|111\dots 11\rangle$. Якщо ж хоч один з них буде в базовому стані $|0\rangle$, то унітарне перетворення стану контрольованого кубіта не реалізується. Для виконання вказаної багатокубітної квантової логічної операції в мікрохвильовому резонаторі («cavity QED») збуджується і підтримується стояча НВЧ хвиля. Усі кубіти розташовують в її пучностях. Вкажемо, що при довжині хвилі порядку 10 мм протяжність «пучності» становить ≈ 1 мм. І якщо «крок» розміщення кубітів становитиме 30 мкм, то в одній «пучності» на площі 1 мм^2 вмістяться до 1000 мініатюрних кубітів.

У цьому методі використовуються не 2, а 3 найнижчі енергетичні рівні кубіта (рис. 13 б): $|0\rangle$, $|1\rangle$ і $|2\rangle$. Якщо зовнішній магнітний потік $\Phi_3 = 0,5\Phi_0$ крізь отвір кубіта трохи зменшити до $(0,5 - \delta)\Phi_0$ (δ – мала величина, $\leq 0,05$), то потенціальна крива кубіта стає асиметричною, і енергетичний рівень, що відповідає базовому стану $|0\rangle$, стає дещо нижчим. Перехід з нього на енергетичний рівень $|2\rangle$, розташований вище потенціального бар'єру між мінімумами, стає резонансним зі стоячою хвилею, і кубіт за короткий час переходить з рівня $|0\rangle$ на рівень $|2\rangle$. Коли тепер збільшити Φ_3 до значення $(0,5 + \delta)\Phi_0$, асиметрія потенціалу змінюється на протилежну (рис. 13 в), нижчим стає енергетичний рівень, що відповідає базовому стану $|1\rangle$, і під дією резонансної стоячої хвилі кубіт за короткий час переходить з рівня $|2\rangle$ на рівень $|1\rangle$.

В роботі [66] теоретично описана квантово-механічна взаємодія кубітів зі стоячою хвилею в резонаторі, а через неї – й між собою. Виявилось, що взаємодія можлива не лише на резонансних, а й на позарезонансних частотах. Це показано на рис. 13 г та 13 д. Енергії кванта стоячої хвилі достатньо тут для збудження кубіта до рівня, трохи нижчого за $|2\rangle$, але вищого за потенціальний бар'єр між мінімумами. За оцінкою авторів для реалізації n -кубітної квантової логічної операції «контрольоване унітарне перетворення» потрібно $(2n + 11)$ «кроків» (в класичній обчислювальній техніці це називають «мікроопераціями»).

Таким чином, на сьогоднішній день для кубітів з ПД розроблені не лише методи запису та зчитування з них інформації, а й ефективні методи реалізації в них функціонально повного набору квантових логічних операцій.

7. Системні питання

Досліджень з питань системної організації роботи функціонально повних квантових процесорів на кубітах з ПД поки ще обмаль. Одним із перших є, зокрема, питання про те, як краще об'єднати масив кубітів в єдину систему. В огляді [53] можливі способи об'єднання розглянуто на прикладі лише двох кубітів з ПД. Звісно, що й у великому масиві є можливим варіант, коли кожний кубіт взаємодіє через слабкий ємнісний або індуктивний зв'язок лише зі своїми найближчими сусідами, і

тільки сукупність усіх таких зв'язків об'єднує кубіти в систему. Але такий варіант, його можливості й недоліки, наскільки нам відомо, ще не проаналізовані навіть теоретично. Теоретично більш зрозумілим є варіант, коли усі кубіти масиву з'єднані зі спільним для всіх високочастотним коливальним LC контуром. (Висока добротність потрібна для того, щоб контур не відбирав від кубітів енергію). Наприклад, в масиві зарядових кубітів, структура якого зображена на рис. 6 в, такий контур може бути ввімкнений послідовно зі спільним верхнім електродом S . Якщо власна частота LC контура суттєво відрізняється від резонансних частот окремих кубітів, то цей контур майже не впливає на динаміку кожного з них. І в той же час зміна стану будь-якого з них через спільний потенціал на контурі впливає на усі інші зарядові кубіти.

У випадку поточкових кубітів увесь їх масив може бути розміщений в отворі спільної надпровідної «котушки» індуктивності. І тоді невеличкі зміни власного магнітного потоку через будь-який з них відразу ж впливатимуть на стан усіх інших кубітів.

В роботі [67] повідомлено про експерименти з системою 4 кубітів, кожний з трьома ПД в надпровідному контурі. Зв'язок між ними забезпечувався спільним розподіленим ПД (ферромагнітним або антиферромагнітним). Стан кубітів відстежувався з використанням методу вимірювання низькочастотного імпедансу надпровідного контура, всередині якого знаходились кубіти і, отже, були з ним магнітно зв'язані. Експериментальні вимірювання показали, що система в цілому поведила себе у повній відповідності з її квантово-механічною теоретичною моделлю. Кубіти легко переводились у сплетений стан і кожним із них можна було окремо маніпулювати.

Іншим системним питанням є індивідуальна адресація до кожного або хоча б до деяких кубітів у великому їх масиві. У роботі [68] експериментально випробувано спосіб адресації до окремого поточкового кубіта одночасно через дві незалежні шини, пропускання електричного струму через які створює зчитувальні імпульси магнітного потоку. Показано, що така система зчитування може реально функціонувати. З кубітів, на які подається лише один зчитувальний імпульс магнітного потоку, зчитування не відбувалось, і вплив на їх декогеренцію був незначним.

Наступне системне питання – це можливість оперативного встановлення та переривання зв'язків між кубітами масиву, зв'язків між ними та зовнішніми схемами, між окремими підсистемами квантового процесора. В роботі [69] обґрунтована цікава пропозиція щодо можливості такого оперативного регулювання у випадку, коли зв'язок здійснюється через надпровідну лінію трансформатора магнітного потоку. Для цього в лінію послідовно вмикають так званий вертикальний джозефсонівський інтерферометр (ВДІ, англ. Vertical Josephson Interferometer – VJI). Його 3-шарова структура Nb-AIO_x-Nb у вертикальному перерізі зображена на рис. 14 а.

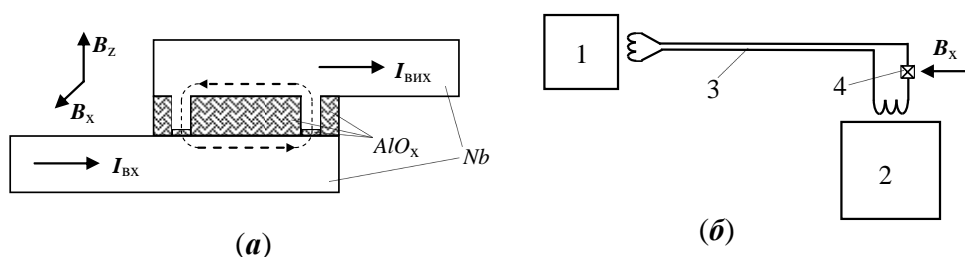


Рис. 14. (а) Структура вертикального джозефсонівського інтерферометра (вертикальний розріз). (б) Схема його застосування: 1 і 2 – перший і другий кубіти, з'єднані між собою за допомогою надпровідного трансформатора магнітного потоку 3; 4 – послідовно ввімкнений ВДІ; B_x – керуюче магнітне поле

При її виготовленні перед технологічною операцією вакуумного напилення верхнього надпровідника (ніобію) у відносно товстому шарі ізолятора ($\approx 0,3$ мкм) витравлюють заглиблення так, щоб після напилення Nb між нижнім та верхнім надпровідниками залишились лише тонкі тунельні бар'єри з AlO_x товщиною ≈ 1 нм. Утворений ВДІ з двома ПД відмічено на рис. 14 а штриховою лінією циркулюючого надпровідного струму. Величину цього струму можна регулювати, змінюючи горизонтальний магнітний потік крізь його вертикальний отвір. А від цього залежить те, при якому значенні «транспортного» струму I_{ex} , що тече в надпровідному трансформаторі, сумарний струм через один з ПД перевищить критичний, і надпровідність втратиться. Тобто таким чином можна точно регулювати максимальну величину струму через надпровідний трансформатор. Праворуч на рис. 14б показана схема вмикання ВДІ в електричне коло надпровідного трансформатора 3 між потоковими кубітами 1 і 2. Експериментальні вимірювання довели, що коефіцієнт передачі магнітного потоку можна таким чином контролювано змінювати мінімум у 40 разів з частотою порядку кількох МГц.

Ще одне системне питання полягає в можливості тимчасового запам'ятовування квантового стану кубітів з наступним поверненням їх у той самий стан. Теоретична можливість реалізації такої надоперативної квантової пам'яті для надпровідних зарядових кубітів показана в [70]. З цією метою запропоновано використати високодобротні п'єзоелектричні резонатори, виготовлені за допомогою технології НЕМС (наноелектромеханічних систем). Квантова інформація в таких резонаторах може зберігатись десятки наносекунд. Відновлення квантового стану відбуватиметься з надійністю відтворення, кращою за 91%. Це важливо, бо ряд вже запропонованих програм квантових обчислень передбачають використання такої пам'яті.

Нарешті ще одним системним питанням є можливість передачі через внутрішню шину зв'язку довільної квантової інформації від однієї підсистеми процесора до іншої. В роботі [71] теоретично показано, як це можна здійснити через лінію з послідовно з'єднаних надпровідниками зарядових кубітів. Досліджена точність такої передачі в залежності від коефіцієнта передачі між ланками, від кількості ланок, тривалості передачі та величини динамічного шуму. Така шина квантового зв'язку може бути реалізована з використанням сучасної технології.

Публікацій, присвячених розробці та дослідженню повної архітектури квантових процесорів, у доступній нам літературі не знайдено.

8. Роботи з оптимізації надпровідних кубітів

Зараз з метою оптимізації надпровідних кубітів та схем запису, зчитування, квантової логіки в різних лабораторіях світу інтенсивно вивчають, якого типу ПД та з якими параметрами дають найменшу декогеренцію, найменший вплив на інші схеми квантового процесора. Це потребує значної експериментальної роботи. Автори роботи [72], наприклад, досліджували експериментально осциляції Рабі і визначили час декогеренції в частотній області від 6 до 7,2 ГГц для трьох типів фазових сквідів з різним типом надпровідника. Вони встановили, що найбільший час збереження когерентності забезпечують ПД з алюмінієвими надпровідниками. Водночас вони дійшли висновку, що флуктуації зовнішнього магнітного потоку не є головним фактором декогеренції, як це досі очікувалось.

В роботі [73] показано, що у зчитувальних сквідах ПД типу ScS працює швидше і дає більшу амплітуду сигналів, ніж ПД типу SIS. Зчитувальний сквід з ПД типу ScS має чутливість, яка визначається лише квантовим шумом підсилювача. В роботі [74] показано, що шунтування ПД типу SIS в надпровідних потокових кубітах нелінійними переходами типу SIN (надпровідник-ізолятор-нормальний метал) змінює динаміку кубіта в кращу сторону. Зокрема, значно зменшуються дробовий шум електричного струму, електромагнітний вплив на сусідні кубіти, демпфуються коливання, що звичайно виникають при зчитуванні стану кубітів та виконанні логічних операцій над ними. Описані теоретична модель та експериментальні дані з використанням шунтів зі структурою Nb/AlO_x/AuPd при температурах нижче 1,4 К. У [75] теоретично та експериментально досліджена структура «кубіт + зчитувальний сквід», зображена на рис. 11, і показано, що оптимальне шунтування переходів Джозефсона в зовнішньому зчитувальному сквіді може значно зменшити вплив вимірювального сквіда на кубіт і сприяти продовженню стану когерентності останнього на порядок – аж до значень порядку 200 мкс. Найоптимальнішим є чисто ємнісне шунтування кожного з двох симетричних ПД.

Автори [76] виконали теоретичний аналіз компаратора для швидкого (≈ 10 пс) зчитування стану кубіта з ПД. Вони врахували реалістичні індуктивні імпеданси кубітів та неконтрольовані флуктуації зовнішніх впливів (в першу чергу, магнітних). Запропоновано зменшити зовнішні впливи, використовуючи компенсуючий зворотний зв'язок. Наведена відповідна квантова схема. Група авторів [77] описала експериментальний надпровідний компаратор, який забезпечує швидке (за 30-50 пс) зчитування інформації з надпровідних кубітів, необхідне для реалізації схем коригування збоїв при квантових обчисленнях.

Дослідження йдуть ще й «вглиб». Як було вже вказано, квантовий стан надпровідного кубіта в загальному випадку є «сумішшю» його базових станів. Кожному квантовому стану кубіта можна поставити у відповідність так званий вектор Блоха або точку на сфері одиничного радіуса. За одну серію вимірювань можна визначити проекцію вектора Блоха лише на одну з координатних осей. Щоб визначити усі проекції й детальніше знати квантовий стан кубіта, треба провести кілька серій вимірювань. Всю процедуру разом називають томографією квантового стану. В роботі [78] запропоновані й детально розглянуті томографічні процедури, необхідні для визначення квантового стану одиничного надпровідного кубіта, пари таких кубітів та ансамблю з багатьох кубітів. Вказано на можливість реалізації запропонованих процедур томографічних вимірювань для ансамблів з багатьох надпровідних кубітів в межах наявного в них часу когерентності порядку 5-20 нс. Важливість томографічних вимірювань впливає з того, що саме такі вимірювання і дозволяють детально розібратися в механізмах квантових обчислень, оптимізувати їх перебіг.

9. Реалізація надпровідних квантових процесорів

В напрямку реалізації функціонально повних квантових процесорів на ПД поки що робляться лише окремі початкові кроки. У 2007 році канадська компанія D-Wave повідомила про створення нею квантового комп'ютера «D-Wave Systems Orion».

Він був представлений пресі в Музеї історії комп'ютерних технологій у відомій Кремнієвій долині (США). Квантовий процесор цього комп'ютера складається з 16 потокових кубітів з ПД,

організованих у матрицю 4x4 (мікрофотографія на рис. 15 а). Разом з периферійними електронними вузлами він змонтований в корпусі мікросхеми (рис. 15 б), яка встановлюється на криогенний носій (рис. 15, ліворуч). Останній опускають у криостат з рідким гелієм.

Під час роботи квантовий процесор підтримують при температурі порядку мілікельвінів, дуже близькій до абсолютного нуля. Робота процесора була продемонстрована на прикладі дистанційного розв'язування кількох специфічних задач. Підпрограми виявлення та виправлення помилок через невелику кількість кубітів задіяні не були. Подальші деталі конструкції та організації роботи квантового процесора «Оріон» не розголошуються.

Звісно, що діючий експериментальний зразок 16-кубітного квантового процесора – це ще далеко не повноцінний квантовий процесор з сотнями-тисячами кубітів, який потрібен, щоб остаточно переконатись в ефективності квантових методів обробки інформації, отримати прогнозовані переваги та виправдати витрати на їх створення. Проте це, без сумніву, важливий крок у потрібному напрямку.

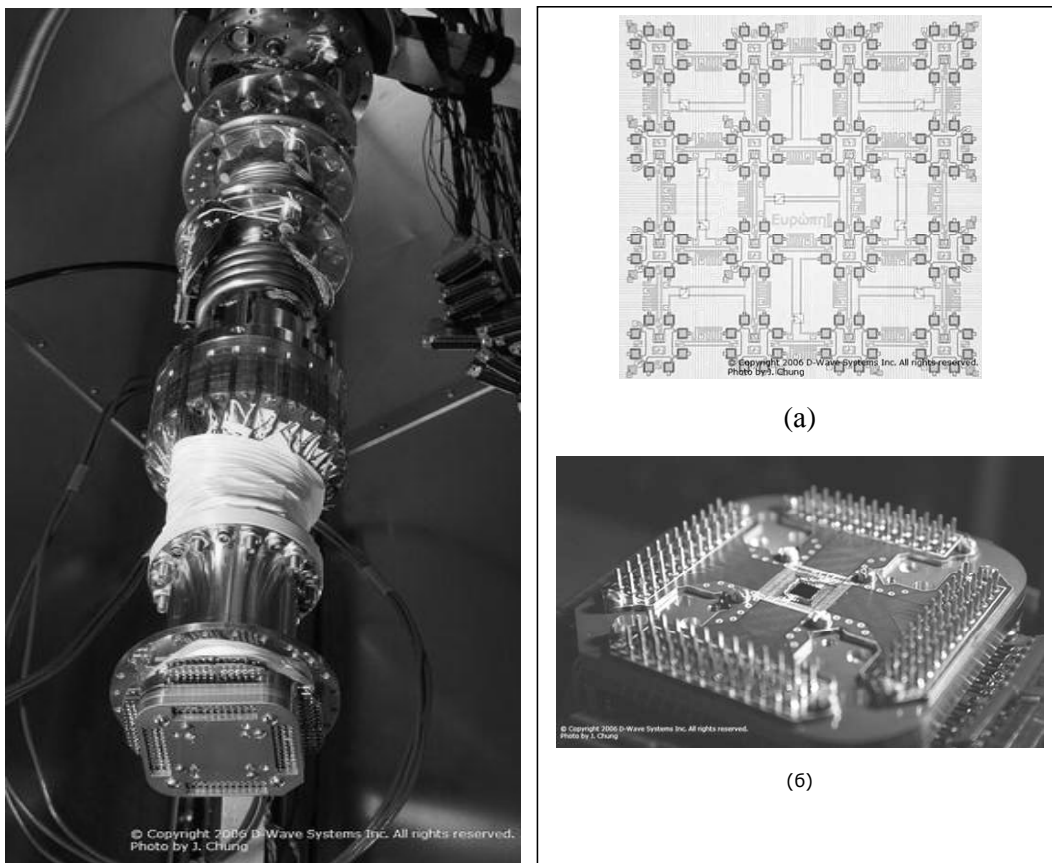


Рис. 15. (а) Мікрофотографія 16-кубітного квантового процесора «Оріон». (б) Надпровідна частина комп'ютера у зборі. Ліворуч – процесор, закріплений на криогенному носії

Прогнози фахівців щодо перспектив практичної реалізації повноцінних квантових процесорів з сотнями-тисячами кубітів дуже розходяться: від песимістичних (ніби такі процесори не будуть реалізовані ніколи) до обережних (що на це потрібно десятки років) і оптимістичних (компанія D-Wave, наприклад, збирається реалізувати їх вже за кілька років).

10. Висновки

1. Найпростіший елемент квантової обчислювальної техніки – «кубіт» – якісно відрізняється від бістабільних елементів класичної обчислювальної техніки. Крім двох базових станів, він принципово може перебувати в будь-якому «змішаному» стані. Множині його фізично різних станів можна однозначно співставити множину точок так званої сфери Блоха. В кубіті зберігається незрівнянно більше інформації, ніж 1 класичний біт, проте зчитати з нього класичним пристроєм можна лише 1 біт. Після зчитування кубіт залишається у тому базовому стані, який було зчитано.
2. Над одним кубітом можна виконати не кілька, а безліч квантових логічних операцій. Усі вони є унітарними перетвореннями (нормування хвильової функції не змінюється) і мають своєю інтерпретацією поворот вектора стану кубіта у сфері Блоха на відповідний кут ($\Delta\theta$; $\Delta\phi$).
3. Ще більш різючими є якісні відмінності «квантових» регістрів від класичних. Класичний n -розрядний регістр може перебувати лише в одному з 2^n різних станів, тоді як квантовий – в безлічі різних станів, кожному з яких можна поставити у відповідність одиничний вектор 2^n -вимірного гільбертового простору. Більшість цих станів є сплентеними, коли будь-яка взаємодія з будь-яким кубітом призводить до зміни стану усього квантового регістра як цілого.
4. Множина квантових логічних операцій над n кубітами незрівнянно потужніша за множину логічних операцій над n булевими змінними. Показано, що існує багато варіантів функціонально повних наборів квантових логічних операцій, за допомогою яких можна реалізувати будь-яку квантову логічну операцію над квантовим регістром. Таким набором є, наприклад, 2-кубітова або багатокубітова операція « C_{not} » (контрольоване заперечення) + довільний поворот вектора стану одного з кубітів.
5. Як і в класичних обчисленнях, квантову обробку інформації можна описувати як застосування до наявних в регістрі даних (операндів) низки логічних операторів (у цьому разі кажуть про квантові програми або алгоритми) або як послідовне проходження потоку даних через квантові логічні вентиля («гейти», маючи на увазі квантові схеми). Ці підходи є еквівалентними.
6. Доведено, що принципово можна побудувати квантові схеми для обчислення будь-якої класичної функції і що для квантових обчислень є чинною відома теза Черча-Тьюрінга. Детально розроблено ряд моделей універсальної квантової машини Тьюрінга.
7. Коли кубіти квантового регістра знаходяться у сплентеному стані, виконання логічної операції над регістром спричиняє взаємоузгоджену одночасну зміну 2^n комплексних чисел. Паралелізм обробки інформації зі збільшенням числа кубітів n зростає експоненціально. Наприклад, при $n = 100$ одночасно націлено змінюються $2^{100} \approx 10^{30}$ комплексних чисел. Такий паралелізм явно не під силу класичній обчислювальній техніці. Він і є причиною того, що ряд задач експоненціальної складності, невідомі для класичних (навіть багатопроцесорних і надшвидкісних) ЕОМ, стають задачами поліноміальної складності, що можуть успішно розв'язуватись на квантових процесорах.
8. Вже запропоновані алгоритми квантових обчислень для розв'язування ряду таких задач: факторизації великих цілих чисел довжиною понад 200 десяткових знаків, швидкий пошук у дуже великій неструктурованій базі даних, багаторозмірні квантові перетворення Фур'є, обчислення та перетворення матриць великих розмірів, знаходження власних значень та власних векторів

матричних операторів, розв'язування багатовимірних задач дискретної оптимізації, комп'ютерне моделювання поведінки багатокомпонентних квантових систем тощо.

9. Вважається, що квантові процесори будуть працювати у комплексі з класичним комп'ютером, що забезпечує ефективне поєднання переваг і класичних, і квантових обчислень. Наведена функціональна схема такого комплексу й описана загальна організація його роботи. Вказані основні технічні вимоги до елементної бази квантового процесора.

10. Однією з основних перепон на шляху практичної реалізації багатокубітних квантових процесорів є явище декогеренції: великі групи кубітів поки що не вдається довго утримувати в когерентному стані, коли зберігаються сталі різниці фаз між хвильовими функціями. Проте вже знайдено й ефективні методи подолання впливу декогеренції, методи кодування, діагностики відхилень і їх квантової корекції, які дозволяють підтримувати контрольований процес квантових обчислень як завгодно довго, якщо імовірність помилки при виконанні однієї квантової логічної операції нижче певного рівня (порядку однієї помилки на $10^4 - 10^5$ квантових операцій). Для цього має запускатись і працювати у фоновому режимі спеціальна програма періодичного контролю, виявлення, діагностики та квантової корекції помилок.

11. Вже запропоновані та експериментально перевірені десятки варіантів фізичної реалізації кубітів: ядра атомів з напівцілим спіном з використанням для операцій над ними коротких надвисокочастотних радіоімпульсів й добре розвинутих методик досліджень ЯМР (ядерного магнітного резонансу); так звані квантові точки – нанометрові дефекти кристалу чи сторонні вкраплення у кристал напівпровідника; локалізовані в певному порядку іони; кванти електромагнітного поля, «замкнені» в оптичних чи НВЧ резонаторах тощо.

12. Одним із найбільш перспективних варіантів реалізації кубітів є їх реалізація на основі явища надпровідності й так званих переходів Джозефсона. На даний час розроблені та детально досліджені зарядові й поточкові (фазові) надпровідні кубіти з переходами Джозефсона, ефективні схеми зчитування та запису в них інформації.

13. Досліджена взаємодія таких кубітів з електромагнітним полем, і на цій основі розроблені ефективні методи реалізації над ними функціонально повного набору квантових логічних операцій.

14. Питання системної організації роботи функціонально повних квантових процесорів на кубітах з переходами Джозефсона тільки починають розробляти. Є лише початкові пропозиції щодо способів об'єднання сотень кубітів у єдину систему; індивідуальної адресації до кожного або хоча б до деяких кубітів у великому їх масиві; оперативного встановлення та переривання зв'язків між окремими підсистемами квантового процесора, між кубітами масиву, зв'язків між ними та зовнішніми схемами; тимчасового запам'ятовування квантового стану кубітів з наступним поверненням їх у той самий стан; передачі через внутрішню шину зв'язку довільної квантової інформації від однієї підсистеми процесора до іншої.

15. Ведеться значна експериментальна робота з метою оптимізації надпровідних кубітів та схем запису, зчитування, квантової логіки. В різних лабораторіях світу інтенсивно вивчають, якого типу переходи Джозефсона та з якими параметрами дають найменшу декогеренцію, найменший вплив на інші схеми квантового процесора, є найбільш економними.

16. У 2007 році канадська компанія D-Wave представила пресі квантовий процесор, який складається з 16 потокових кубітів з переходами Джозефсона, організованих в матричну схему 4 x 4. Проте публікацій, присвячених розробці та дослідженню повної архітектури багатокубітних квантових процесорів, у доступній нам літературі ще не знайдено.

17. Для практичної реалізації повноцінних квантових процесорів з сотнями-тисячами кубітів потрібна ще чимала напружена робота фізиків, схемо- та системотехніків, математиків і технологів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Валиев К.А., Кокин А.А. Квантовые компьютеры: надежды и реальность. – Москва-Ижевск: НИЦ РХД, 2002. – 2-е изд. – 320 с.
2. Сергієнко І., Гупал А. Сучасна математика – поєднання дедуктивного та індуктивного підходів // Вісник НАН України. – 2003. – № 1.
3. Манин Ю.И. Вычислимое и невычислимое. – М.: Советское радио, 1980. – 128 с.
4. Войтович И.Д. Разработка схемотехнических основ построения элементов и устройств ЭВМ на эффекте Джозефсона, а также методов их изготовления: Дис. ... доктора техн. наук. – Киев, 1980. – 445 с.
5. Feynman R. Simulating physics with computers // International Journal of Theoretical Physics. – 1982. – Vol. 21. – P. 467 – 488.
6. Feinman R.P. Quantum Mechanical Computer // Foundations of Physics. – 1986. – № 16 (6). – P. 507 – 531.
7. Deutsch D. Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer // Proc. Roy. Soc. Lond. – 1985. – Vol. A 400. – P. 97 – 117.
8. Deutsch D. Quantum computational networks // Proc. Roy. Soc. Lond. – 1989. – Vol. A 425. – P. 73 – 90.
9. Холево А.С. Введение в квантовую теорию информации. – М.: МЦНМО, 2002. – 128 с.
10. Бауместер Д. и др. Физика квантовой информации / Д. Бауместер, А. Экерт, А. Цайлингер. – М.: Постмаркет. – 2002. – 375 с.
11. Вакарчук І.О. Квантова механіка. – Львів: ЛДУ ім. І. Франка, 2007. – 848 с.
12. Юхновський І.Р. Основи квантової механіки. – Київ: Либідь, 2002. – 392 с.
13. Федорченко А.М. Теоретична фізика. – Київ: Вища школа, 1993. – Т. 2. – 415 с.
14. Schumacher B. Quantum coding // Phys. Rev. – 1995. – Vol. A 51. – P. 2738 – 2747.
15. Wootters W.K., Zurek W.H. A single quantum cannot be cloned // Nature. – 1982. – Vol. 299. – P. 802.
16. Ekert A. Quantum cryptography based on Bell's theorem // Phys. Rev. Lett. – 1991. – Vol. 67. – P. 661 – 663.
17. Bennett C.H., Wiesner S.J. Communication via one- and two-particle operations on Einstein-Podolsky-Rosen states // Phys. Rev. Lett. – 1992. – Vol. 69. – P. 2881 – 2884.
18. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels / C.H. Bennett, G. Brassard, C. Crepeau et al. // Phys. Rev. Lett. – 1993. – Vol. 70. – P. 1895 – 1898.
19. Bennett C.H. Quantum information and computation // Phys. Today. – 1995. – Vol. 48. – N 10. – P. 24 – 30.
20. Стин А.М. Квантовые вычисления. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 100 с.
21. Стикс Г. Квантовая криптография прошла путь от теоретических исследований и лабораторных опытов до коммерческих изделий // В мире науки (Scientific American). – 2005. – № 4. – С. 26 – 31.
22. Bernstein E., Vazirani U.V. Quantum complexity theory // Society for Industrial and APPLIED Mathematics Journal on Computing. – 1997. – Vol. 26, N 5. – P. 1411 – 1473.
23. Shor P.W. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring // Proc. 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (IEEE Press). – 1994. – P. 124 – 134.
24. Lenstra A., Lenstra H. The Development of the Number Field Sieve. Volume 1554 of Lecture Notes in Mathematics. – Springer Verlag, 1993. – 128 p.
25. Grover L.K. A fast quantum mechanical algorithm for database search // Proc. Of the Twenty-Eighth Annual ACM Symposium on the Theory of Computing. – Philadelphia, Pennsylvania, 1996. – 22–24 May. – P. 212 – 219.
26. Ожигов Ю.И. Квантовые вычисления: Учебно-методическое пособие. – М.: МГУ, факультет ВМиК, 2003. – 104 с.
27. Китаев А. и др. Классические и квантовые вычисления / А. Китаев, А. Шень, М. Вялый. – М.: МЦНМО, 1999. – 192 с.
28. Kross A. A layered software architecture for quantum computing design tools // IEEE. – 2006. – Jan. – P. 43 – 47.
29. QCL - A Programming Language for Quantum Computers // Web-sate www.qcl-0.6.3.
30. Unruh W.G. Maintaining coherence in quantum computers // Phys. Rev. – 1995. – Vol. A 51. – P. 992 – 997.
31. Quantum computers, factoring and decoherence / I.L. Chuang, R. Laflamme, P.W. Shor et al. // Science. – 1995. – Vol. 270. – P. 1633 – 1635.
32. Haroche S., Raimond J.-M. Quantum computing: dream or nightmare? // Phys. Today. – 1996. – August. – P. 51 – 52.
33. Palma G.M. Quantum computers and dissipation / G.M. Palma, K.-A. Suominen, A.K. Ekert // Proc. Roy. Soc. London. – 1996. – Vol. A 452. – P. 567 – 584.

34. Stean A.M. Multiple particle interference and quantum error correction // Proc. Roy. Soc. London. – 1996. – P. 2551 – 2577.
35. Steane A.M. Overhead and Noise Threshold of Fault-Tolerant Quantum Error Correction // LANL E-print arXiv:quant-ph/0207119. – 2002.
36. Shor P.W., Laflamme R. Quantum analog of the MacWilliams identities for classical coding theory // Phys. Rev. Lett. – 1997. – Vol. 78. – P. 1600 – 1602.
37. Китаев А.Ю. Квантовые вычисления: алгоритмы и исправление ошибок // УМН. – 1997. – Т. 52, Вып. 6 (318). – С. 53 – 112.
38. Quantum Computation and Spin Electronics / D.P. DiVincenzo, G. Burkard, D. Loss et al. // LANL E-print: cond-mat/9911245. – 1999. – 28 p.
39. Рыбалкина М. Нанотехнологии для всех. – М.: Техносфера, 2005. – 444 с.
40. Кокин А.А. Твердотельные квантовые компьютеры на ядерных спинах. – Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2004. – 204 с.
41. Bukowski T.J., Simmons J.H. Quantum Dot Research: Current State and Future Prospects // Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences. – 2003. – Vol. 27 (3–4). – P. 119 – 142.
42. Size-dependent properties of CdSe quantum dots / S. Neeleshwar, C.L. Chen, C.B. Tsai et al. // Phys. Rev. – 2005. – Vol. 71. – P. 201 – 307.
43. Ткач Н.В., Маханец А.М. Спектры и времена жизни квазичастиц в открытой квантовой точке, окруженной одинаковыми барьерами в цилиндрической квантовой проволоке // ФТТ. – 2005. – Т. 47 (3). – С. 550 – 555.
44. Hughes R.J. et al. The Los Alamos Trapped Ion Quantum Computer Experiment // Fortschr. Phys. – 1998. – N 4–5. – P. 329 – 361.
45. Wineland D.J. et al. Experimental issues in coherent quantum-state manipulation of trapped ions // J. Res. Natl. Inst. Stand. Tech. – 1998. – N 103. – P. 259.
46. Anderlini M. et al. // Nature. – 2007. – Vol. 448. – P. 452.
47. Cavity Quantum Electrodynamics / H. Walther, B.T.H. Varcoe, B.-G. Englert et al. // Rep. Prog. Phys. – 2006. – Vol. 69 (5). – P. 1325 – 1382.
48. Entanglement Persistency of Multiphoton Entangled States / M. Bourennane, M. Eibl, S. Gaertner et al. // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 96 (10). – P. 100 – 102.
49. Мельниченко Е.В., Маныкин Э.А. Квантовые вычисления на основе технологии нелинейной оптики // Науч. сессия МИФИ-2004: Сб. науч. тр. – М.: МИФИ, 2004. – Т. 4. – С. 236 – 237.
50. Ораевский А.Н. Квантовые компьютеры?... Когерентные компьютеры! // Оптика и спектроскопия. – 2001. – Т. 91, № 3. – С. 467.
51. Электроны на марше // Компьютерра. – 2001. – № 41 (418). – 26.10.2001 (site@computerra.ru).
52. Wang Y. et al. // Nature Mater. – 2008. – Vol. 7. – P. 194.
53. Wendin G., Shumeiko V.S. Quantum bits with Josephson junctions (Review Article) // Физика низких температур. – 2007. – Т. 33, № 9. – С. 957 – 981.
54. Омелянчук А.Н., Оболенский М.А. Квантовые компьютеры и джозефсоновские кубиты // UNIVERSITATES. Наука и просвещение. – 2005. – № 2 (22). – С. 24; № 3 (23). – С. 18.
55. Корнев В.К. Эффект Джозефсона и его применение в сверхпроводниковой электронике // Соросовский образовательный журнал. – 2001. – № 8. – С. 83 – 90.
56. Castellano M.G. Macroscopic quantum behavior of superconducting quantum interference devices // Fortschr. Phys. – 2003. – Vol. 51, N 4–5. – P. 288 – 294.
57. An integrated system of SQUIDs for the study of macroscopic quantum coherence / M. Cosmelli, M.G. Castellano, R. Leoni et al. // Supercond. Sci. Technol. – 2001. – Vol. 14, Oct. – P. 1031 – 1034.
58. Superconducting tunable flux qubit with direct readout scheme / F. Chiarello, P. Carelli, M.G. Castellano et al. // Supercond. Sci. Technol. – 2005. – Vol. 18, Aug. – P. 1370 – 1373.
59. Potential Characterization of a Double SQUID Device for Quantum Computing Experiments / Chiarello F., Carelli P., Castellano M.G. et al. // IEEE Transactions on applied Superconductivity. – 2007. – P. 1051 – 8223.
60. Yamashita T. Superconducting π qubit with three Josephson junctions / T. Yamashita, S. Takahashi, S. Maekawa // Applied Physics Letters. – 2006. – Vol. 88. – P. 132501.
61. Kis Z., Paspalakis E. Arbitrary rotation and entanglement of flux SQUID qubits // Physical Review. – 2004. – Vol. B69. – P. 024510.
62. Ke-Hui Song, Zheng-Wei Zhou and Guang-Can GUO. Quantum logic gate operation and entanglement with superconducting quantum interference devices in a cavity via a Raman transition // Physical Review. – 2005. – Vol. A71. – P. 052310.
63. Aravantinos-Zafiris N., Paspalakis E. Influence of the asymmetry of the potential on the dynamics of two-level superconducting quantum interference device qubit // Physical Review. – 2005. – Vol. A72. – P. 014303.
64. Resonant Readout of a Persistent Current Qubit / J.C. Lee, W.D. Oliver, T.P. Orlando et al. // IEEE Transactions on applied Superconductivity. – 2005. – Vol. 15, N 2. – P. 841 – 844.
65. Zhongyuan Zhou Han Quantum Entanglement and Controlled Logical Gates Using Coupled SQUID Flux Qubits / Zhongyuan Zhou, Shih-I Chu, Siyuan Han // IEEE Transactions on applied Superconductivity. – 2005. – Vol. 15, N 2. – P. 833 – 836.
66. Chui-Ping Yang, Siyuan Han Realization of an n-qubit controlled-U gate with superconducting quantum interference devices or atoms in cavity QED // Physical Review. – 2006. – Vol. A73. – P. 032317.
67. Four-Qubit Device with Mixed Couplings / M. Grajcar, A. Izmailkov, van der S.H.W. Ploeg et al. // Physical Review Letters. – 2006. – Vol. 96. – P. 047006.

68. Flux qubits and readout device with two independent flux lines / B.I.T. Plourde, T.L. Robertson, P.A. Reichardt et al. // Physical Review. – 2005. – Vol. B72. – P. 060506.
69. Tunable Josephson Devices for Quantum Computation / V. Corato, C. Granata, S. Rombetto et al. // IEEE Transactions on applied Superconductivity. – 2007. – Vol.17, N 2. – P. 132 – 135.
70. Pritchett E.J., Geller M.R. Quantum memory for superconducting qubits // Physical Review. – 2005. – Vol. A72. – P. 010301.
71. Romito A. Solid-state quantum communication with Josephson arrays / A. Romito, R. Fazio, C. Bruder // Physical Review. – 2005. – Vol. B71. – P. 100501.
72. Measurements of Decoherence in Three dc SQUID Phase Qubits / H. Paik, B.K. Cooper, S.K. Dutta et al. // IEEE Transactions on applied Superconductivity. – 2007. – Vol.17, N 2. – P. 120 – 123.
73. Shnyrkov V.I., Melnik, S.I. Quantum detector based on a superposition of macroscopic states in phase qubit // Физика низких температур. – 2007. – Т. 33, янв. – С. 22 – 31.
74. Josephson junctions with nonlinear damping for rapid single-flux-quantum – qubit circuits / A.B. Zorin, M.I. Khabipov, D.V. Balashov et al. // Applied Physics Letters. – 2005. – Vol. 86. – P. 032501.
75. Superconducting quantum interference device with frequency-dependent damping: Readout of flux qubits / T.L. Robertson, B.L.T. Plourde, T. Hime et al. // Physical Review. – 2005. – Vol. B72. – P. 024513.
76. Walls T.J. Josephson Junction Comparator as a Quantum-Limited Detector for Flux Qubit Readout / T.J. Walls, D.A. Averin, K.K. Likharev // IEEE Transactions on applied Superconductivity. – 2007. – Vol.17, N 2. – P. 136 – 141.
77. Balanced Comparator for RSFQ Qubit Readout / T. Ohki, A. Savin, J. Hassel et al. // IEEE Transactions on applied Superconductivity. – 2007. – Vol. 17, N 2. – P. 136 – 143.
78. Liu Yu-xi Tomographic measurements on superconducting qubit states / Liu Yu-xi, L.F. Wei, F. Nori // Physical Review. – 2005. – Vol. B72. – P. 0145.

Стаття надійшла до редакції 17.09.2008