



УДК 621.311

В.П. ВОЛОБОЕВ, В.П. КЛИМЕНКО

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ЭНЕРГОСИСТЕМ

Abstract: Correct statement of a task of modelling of distribution of streams of powers in the established operating mode of a power supply system is offered. It is shown that correctness of setting depends on the selection of the variables of system of equations (SE), which describe power system. It is proposed to use the voltage of the components of the branches of the tree of the graph of a power system as variable SE, whose correct selection is carried out with the composition of the topological matrix of the contours of graph and depends on the parameters of the components of power system, and the modification of Newton's method of the solution of SE, in which it is realized checking of correctness of task when resolving and its correct formulation.

Key words: power system, the simulation of the flow distribution of power before the steady-state regime, nodal potential method, the divergence of the iterative process of the method of the solution, bad conditionality, the correct formulation of the task of simulation, method of voltage a component of branches of a tree the graph of power system.

Анотація: Запропоновано коректну постановку задачі моделювання розподілу потоків потужностей у сталому режимі роботи енергосистеми. Показано, що коректність постановки залежить від вибору змінних системи рівнянь (CP), що описують енергосистему. Запропоновано застосовувати напруги компонент гілок дерева графа енергосистеми як змінні CP, коректний вибір яких виконується при складанні топологічної матриці контурів графа й залежить від параметрів компонентів енергосистеми, і модифікацію методу Ньютона рішення CP, у якому реалізована перевірка коректності задачі в процесі рішення і її коректне формулювання.

Ключові слова: енергосистема, моделювання розподілу потоків потужностей у сталому режимі, метод вузлових потенціалів, розбіжність ітераційного процесу, погана обумовленість, коректна постановка задачі, метод напруг компонентів гілок дерева графа енергосистеми, модифікація методу Ньютона.

Аннотация: Предложена корректная постановка задачи моделирования распределения потоков мощностей в установившемся режиме работы энергосистемы. Показано, что корректность постановки зависит от выбора переменных системы уравнений (СУ), описывающих энергосистему. Предложено применять напряжения компонент ветвей дерева графа энергосистемы в качестве переменных СУ, корректный выбор которых выполняется при составлении топологической матрицы контуров графа и зависит от параметров компонент энергосистемы, и модификацию метода Ньютона решения СУ, в котором реализована проверка корректности задачи в процессе решения и ее корректная формулировка.

Ключевые слова: энергосистема, моделирование распределения потоков мощностей в установившемся режиме, метод узловых потенциалов, расходимость итерационного процесса, плохая обусловленность, корректная постановка задачи, метод напряжений компонент ветвей дерева графа энергосистемы, модификация метода Ньютона.

1. Введение

В основе анализа и планирования работы электроэнергетических систем лежит расчет распределения потоков мощностей в установившемся режиме, базирующийся на математическом моделировании электромагнитных процессов в системе. Для обеспечения оперативного управления энергосистемой ее моделирование должно выполняться в реальном масштабе времени с учетом изменения конфигурации реальной энергосистемы, условий генерации и потребления электроэнергии.

В настоящее время в России и странах СНГ известно несколько основных программных комплексов для расчёта установившихся режимов энергосистем: АНАРЭС-2000, разработанный в Институте диспетчерского управления энергетических систем (г. Новосибирск) совместно с Институтом систем энергетики им. Мелентьева СО РАН (г. Иркутск) [1, 2], комплекс программ EnergyCS, предназначенный для выполнения электротехнических расчетов при проектировании и эксплуатации электроэнергетических систем любой сложности, разработчик CSoft Development [3],

комплекс «Космос» [4], разработки Института электродинамики НАН Украины (г. Киев) и целый ряд других программных комплексов [5–7].

Результаты выполненных электротехнических расчетов должны иметь достаточную степень достоверности, так как ошибки в результатах моделирования могут стать причиной аварий и даже катастроф. Достоверность результатов моделирования вытекает из корректности принятой математической модели энергосистемы и зависит от того, какие выбраны модели объектов энергосистемы и, соответственно, параметры этих моделей, а также от качества вычислительного процесса математического моделирования системы.

В данной работе рассмотрена зависимость достоверности результатов только от качества вычислительного процесса моделирования режимов энергосистемы.

2. Постановка задачи

Основные промышленные программные комплексы имеют как индивидуальные особенности, так и ряд общих черт. К общим признакам можно отнести применяемые методы составления математического описания энергосистемы и решения составленных уравнений. Как следует из литературных данных [1, 3, 4], для составления математического описания энергосистемы применяется только метод узловых потенциалов в разной модификации. В результате чего задача электротехнических расчетов сводится в конечном итоге к решению полученной системы нелинейных уравнений (СНУ) в комплексной области, для решения которой применяется метод Ньютона – Рафсона [1, 3, 4, 8]. Практически во всех комплексах программ в качестве критерия отсутствия решения моделируемой при заданных параметрах объектов энергосистемы [1, 3, 4] используется несходимость итерационного процесса по методу Ньютона.

Как следует из литературы [9], отличительной особенностью итерационного метода Ньютона – Рафсона, применяемого для решения СНУ, есть быстрая сходимость в области решения. Быстрая сходимость в окрестности решения достигается за счет применения результатов решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), составленной определенным образом, на каждом итерационном шаге. Известно, что численное решение многих классов СЛАУ встречает значительные трудности, т.е. относится к классу некорректных задач. К числу таких задач относятся системы большой размерности с заполненными матрицами произвольной структуры, а также плохообусловленные СЛАУ. Вышеприведенные программные комплексы как раз рассчитаны на моделирование энергосистем большой размерности. Следует заметить, что для энергосистем большой размерности не всегда можно задать начальное приближение итерационного процесса в окрестности решения, особенно в случае нестандартной ситуации. Это означает, что вышеперечисленные факторы, а не отсутствие решения моделируемой энергосистемы, могут быть источником несходимости или даже расходимости итерационного процесса по методу Ньютона.

В настоящее время разработка соответствующих методов решения некорректных задач рассматривается как чисто математическая задача. Методы решения некорректных задач были предложены в работах А.Н. Тихонова [10], М.М. Лаврентьева [11], В.К. Иванова [12]. Анализ

литературы показал, что исследования методов решения некорректных задач в области моделирования энергосистем практически не проводились.

Следует отметить, что в литературе практически нет примеров системного подхода к корректной постановке технической (физической) задачи, ориентированной на компьютерные технологии, как это было в эпоху ручного счета. Как исключение из общего правила, можно отметить подход к моделированию электрических цепей, рассмотренный в статьях [13–16]. Там рассмотрен метод составления уравнений нелинейной электрической цепи, в котором уже на этапе выбора переменных уравнений, описывающих электрическую цепь, учитываются условия сходимости итерационного метода Ньютона. Кроме того, данный метод составления уравнений позволяет корректно составить СЛАУ, описывающих линейную (линеаризованную) электрическую цепь. В качестве источника информации целенаправленного выбора переменных используются параметры линейных (линеаризованных) компонент конкретной электрической цепи.

Представляет интерес рассмотрение данного метода составления уравнений электрической цепи применительно к задаче расчета установившихся режимов энергосистемы. Следует отметить, что отличительной особенностью данного метода есть то, что он применим к электрическим цепям, содержащим только двухполюсные компоненты. Поэтому, прежде всего, необходимо объекты энергосистемы представить эквивалентными схемами (моделями), состоящими из двухполюсных компонент.

3. Модели объектов энергосистемы

Согласно [2], [17], к основным объектам энергосистемы, рассматриваемой при расчете установившихся режимов, относятся производители (генераторы) и потребители (нагрузки) электроэнергии, линии передачи электроэнергии. Приведем схемы замещения отдельных объектов энергосистемы и основные соотношения для компонент, входящих в объекты.

Напомним, что участок линии передачи электроэнергии в общем случае состоит из высоковольтной линии электропередачи, трансформатора и высоковольтного выключателя. Принято считать, что в трехфазной энергосистеме значения токов и напряжений рабочих режимов симметричны. Исходя из этого, трехфазную систему заменяют однофазной. В данном случае эквивалентная схема высоковольтной линии электропередачи традиционно содержит линейные емкости C_1 , C_2 , сопротивление R_1 и индуктивность L_1 (рис. 1а).

Возможны другие варианты представления линии электропередачи, но важно то, что эквивалентная схема линии электропередачи содержит линейные, независимые, напряжениеуправляемые двухполюсные компоненты и их функциональные зависимости можно представить в общем виде как

$$\dot{I} = f(\dot{U}), \quad (1)$$

где \dot{I} – ток, протекающий через компоненту, \dot{U} – напряжение, падающее на компоненте.

Эквивалентная схема высоковольтного выключателя (ключа) приведена на рис. 1б, где в замкнутом состоянии он представлен источником напряжения E , напряжение которого $\dot{U}_E = 0$, а в разомкнутом – источником тока J (рис. 1в), ток которого $\dot{I}_J = 0$. Иногда в качестве

эквивалентной схемы замещения ключа применяется сопротивление. В этом случае величина сопротивления зависит от состояния ключа. Если ключ находится в разомкнутом состоянии, то величина сопротивления равна сопротивлению утечки ключа, в замкнутом – остаточному сопротивлению замкнутого ключа.

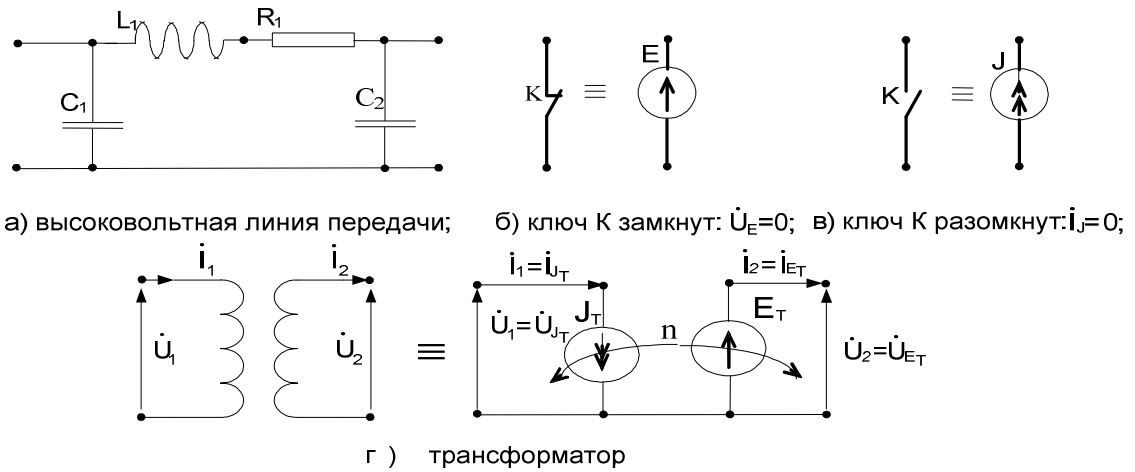


Рис. 1. Эквивалентные схемы объектов линии передачи электроэнергии

Обычно для описания работы трансформатора применяют следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= n\dot{U}_1, \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_1 / n, \end{aligned} \quad (2)$$

где n – коэффициент трансформации, $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$ – входные/выходные напряжения и токи трансформатора (рис. 1г). Эквивалентная схема трансформатора (рис. 1г) содержит источник напряжения E_T , зависимый от напряжения, падающего на источнике тока J_T , и источник тока J_T , зависимый от тока источника напряжения E_T . В общем виде функциональные зависимости компонентов трансформатора можно записать как

$$\begin{aligned} \dot{U}_{E_T} &= f(\dot{U}_{J_T}), \\ \dot{I}_{J_T} &= f(\dot{I}_{E_T}). \end{aligned} \quad (3)$$

Обычно нагрузка определяется активной и реактивной мощностями P_H, Q_H , и соответствующее ей сопротивление эквивалентной схемы имеет следующую зависимость тока \dot{I} от напряжения \dot{U} :

$$\dot{I} = I_a + jI_r = \frac{(P_H U_a + Q_H U_r) + j(P_H U_r - Q_H U_a)}{|U|^2}, \quad (4)$$

где I_a, I_r – активная и реактивная составляющие комплексного тока \dot{I} , протекающего через нагрузку, U_a, U_r – активная и реактивная составляющие комплексного напряжения \dot{U} , падающего на нагрузке, $|U|$ – модуль напряжения \dot{U} , причем $U^2 = U_a^2 + U_r^2$, j – мнимая единица. Из (4)

следует, что, компонента нелинейная, независимая, напряжениеуправляемая и в общем виде может быть описана уравнением (1).

Переходя к рассмотрению эквивалентных схем источников электроэнергии, отметим, что если при заданном напряжении, падающем на источнике электроэнергии, последний обеспечивает требуемую энергосистеме активную и реактивную мощности, то он может быть представлен в схеме компонентой типа независимого источника напряжения.

Когда источник электроэнергии вырабатывает заданные активную и реактивную мощности P_2, Q_2 , то он представляется в схеме компонентой типа сопротивление. Зависимость между током и напряжением описывается уравнением (4), в котором P_n, Q_n заменяются на P_2, Q_2 , со знаком минус (отдает энергию в энергосистему).

В случае, когда источник электроэнергии вырабатывает заданную активную мощность P_2 при заданном модуле напряжения $|U|$, падающего на источнике, связь между током \dot{I} , вытекающим из источника в энергосистему, и напряжением \dot{U} , падающем на нем, описывается следующим уравнением:

$$\dot{I} = I_a + jI_r = \frac{PU_a + QU_r}{|U|^2} + j \frac{PU_r - QU_a}{|U|^2}, \quad (5)$$

где $P = P_n - P_2$ есть суммарная мощность, вырабатываемая в узле подключения генератора, а $Q = Q_n - Q_2$ – суммарная реактивная мощность. Предполагается, что источник электроэнергии может содержать активную P_n и реактивную Q_n нагрузку, которые известны, а активная U_a и реактивная U_r – составляющие комплексного напряжения источника энергии определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} U_a &= |U| \cos \varphi, \\ U_r &= |U| \sin \varphi, \end{aligned} \quad (6)$$

где φ – фазовый угол между активной и реактивной составляющими напряжения. В этом случае аргументами функциональной зависимости (5) выступают реактивная составляющая источника электроэнергии Q_2 и фазовый угол φ . Как следует из (5) и (6), источник электроэнергии может быть представлен в схеме сопротивлением, функциональная зависимость тока от напряжения которого задана в параметрическом виде. В общем виде функциональная зависимость тока, протекающего через компоненту, имеет следующий вид:

$$\dot{I} = f(\varphi, Q_2), \quad (7)$$

а функциональная зависимость напряжения, падающего на компоненте,

$$\dot{U} = f(\varphi). \quad (8)$$

Следующим шагом есть построение математической модели.

4. Составление уравнений, описывающих энергосистему

Построение математической модели энергосистемы данным методом базируется на основной системе уравнений энергосистемы, куда входят уравнения, составленные на основе законов Кирхгофа, и компонентные уравнения. Для описания графа энергосистемы и соответственно уравнений на основе законов Кирхгофа применяются топологические матрицы контуров и сечений. Переменные системы уравнений выбираются из напряжений и/или токов компонент в результате анализа основной системы уравнений. При этом учитываются параметры компонентных уравнений и особенности топологических матриц, присущие конкретной энергосистеме. В конечном счете из основной системы уравнений выделяется система уравнений, соответствующая выбранным переменным, и система уравнений связи, с помощью которой вычисляются все напряжения и токи компонент. Преобразованная таким образом основная система уравнений рассматривается как математическая модель энергосистемы. Рассмотрим этапы составления математической модели энергосистемы.

Вначале составляется эквивалентная схема замещения энергосистемы, определяются компонентные уравнения и граф эквивалентной схемы. Для этого объекты энергосистемы заменяются эквивалентными схемами, состоящими из двухполюсных компонент, и устанавливаются тип, управляемость и зависимость компонент от других.

Составление топологических матриц контуров и сечений включает выбор дерева графа эквивалентной схемы и составление контуров для выбранного дерева. Дерево графа эквивалентной схемы энергосистемы выбирается таким образом, чтобы все источники напряжения включались в дерево, а все источники тока в хорды. Следует учесть, что при выборе дерева графа эквивалентной схемы в дерево включаются компоненты, которые имеют функциональные зависимости, представленные в параметрическом виде. Составление контуров выполняется присоединением ветвей хорд к дереву. Рассматривается случай, когда в качестве независимых переменных выбраны напряжения ветвей дерева. Как следует из [14, 16], сходимость метода решения при составлении уравнений схемы, а также корректное составление СЛАУ для линейной (линеаризованной) схемы будут учтены в том случае, если в контуре, образованном присоединением хорды к дереву, компоненты дерева будут иметь проводимости по величине больше, чем проводимость этой хорды.

Напряжения и токи компонентов схемы в векторах группируются в элементы, содержащие компоненты, которые входят в дерево (индекс D), т.е. ветви, и содержащие компоненты, не входящие в дерево (индекс X) – хорды, таким образом

$$\dot{U} = \begin{bmatrix} \dot{U}_D \\ \dot{U}_X \end{bmatrix}, \quad \dot{i} = \begin{bmatrix} \dot{i}_D \\ \dot{i}_X \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где \dot{U} – вектор напряжений компонент, \dot{i} – вектор токов компонент.

В связи с тем, что контуры образуются присоединением хорд к дереву графа схемы, топологическая матрица контуров имеет вид $\begin{bmatrix} I_X & F^t \end{bmatrix}$, где I_X – единичная подматрица хорд, а топологическая матрица сечений – вид $\begin{bmatrix} I_D & -F \end{bmatrix}$, где I_D – единичная подматрица ветвей, тогда

уравнения схемы в матричном виде, составленные на основе законов Кирхгофа, можно записать следующим образом:

$$\dot{U}_X = -F^t \dot{U}_D, \quad (10)$$

$$\dot{I}_D = F \dot{I}_X. \quad (11)$$

Индекс t обозначает транспонированную матрицу. Возможны и другие способы построения контуров, но только при рассмотренном способе в топологических матрицах можно выделить единичные подматрицы.

Элементы ветвей и хорд векторов напряжений и токов компонент (10), (11) и компонентных уравнений группируются в соответствии с типом компонент эквивалентной схемы энергосистемы. В компонентных уравнениях в качестве аргументов указываются только управляемость и зависимость компонент, так как только они необходимы при анализе основной системы уравнений. С учетом предложенных преобразований система уравнений (10) принимает следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_{X_G} \\ \dot{U}_{J_T} \\ \dot{U}_J \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} F_{X_G E}^t & F_{X_G E_T}^t & F_{X_G D_G}^t & F_{X_G D_{\varphi Q}}^t \\ F_{J_T E}^t & F_{J_T E_T}^t & F_{J_T D_G}^t & F_{J_T D_{\varphi Q}}^t \\ F_{J E}^t & F_{J E_T}^t & F_{J D_G}^t & F_{J D_{\varphi Q}}^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_E \\ \dot{U}_{E_T} \\ \dot{U}_{D_G} \\ \dot{U}_{D_{\varphi Q}} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

а (11) –

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_E \\ \dot{I}_{E_T} \\ \dot{I}_{D_G} \\ \dot{I}_{D_{\varphi Q}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{E X_G} & F_{E J_T} & F_{E J} \\ F_{E_T X_G} & F_{E_T J_T} & F_{E_T J} \\ F_{D_G X_G} & F_{D_G J_T} & F_{D_G J} \\ F_{D_{\varphi Q} X_G} & F_{D_{\varphi Q} J_T} & F_{D_{\varphi Q} J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_{X_G} \\ \dot{I}_{J_T} \\ \dot{I}_J \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Компонентные уравнения будут записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{E_T} &= f_{E_T}(\dot{U}_{J_T}), & \dot{I}_{D_{\varphi Q}} &= f_{D_{\varphi Q}}(\varphi, Q_z), \\ \dot{U}_{D_{\varphi Q}} &= f_{D_{\varphi Q}}(\varphi), & \dot{I}_{X_G} &= f_{X_G}(\dot{U}_{X_G}), \\ \dot{I}_{D_G} &= f_{D_G}(\dot{U}_{D_G}), & \dot{I}_{J_T} &= f_{J_T}(\dot{I}_{E_T}), \end{aligned} \quad (14)$$

где индекс E – указывает, что данный элемент вектора относится к независимым источникам напряжения, E_T – к зависимым источникам напряжения эквивалентных схем трансформаторов, $D_{\varphi Q}$ – к компонентам, входящим в дерево, токи и напряжения которых заданы в параметрическом виде, D_G – ко всем остальным компонентам, входящим в дерево, J – к независимым источникам тока, J_T – к источникам тока, зависимым от токов источников напряжений трансформаторов, X_G – ко всем остальным компонентам, входящим в хорды.

Из анализа систем уравнений (12)–(14) следует, что в случае, если известны векторы напряжений $\dot{U}_E, \dot{U}_{D_G}, \dot{I}_J$ и векторы параметров φ, Q_z , можно определить остальные токи и напряжения компонент, входящих в эквивалентную схему замещения энергосистемы, выполнив следующую последовательность вычислений.

$$\begin{aligned} \dot{U}_{D\varphi Q} &= f_{D\varphi Q}(\varphi) \\ \dot{U}_{E_T} &= f_{E_T} \left(- \left(F_{J_T E}^t \dot{U}_E + F_{J_T E_T}^t \dot{U}_{E_T} + F_{J_T D_G}^t \dot{U}_{D_G} + F_{J_T D\varphi Q}^t \dot{U}_{D\varphi Q} \right) \right), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{vmatrix} \dot{U}_{X_G} \\ \dot{U}_J \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} F_{X_G E}^t & F_{X_G E_T}^t & F_{X_G D_G}^t & F_{X_G D\varphi Q}^t \\ F_{J E}^t & F_{J E_T}^t & F_{J D_G}^t & F_{J D\varphi Q}^t \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{U}_E \\ \dot{U}_{E_T} \\ \dot{U}_{D_G} \\ \dot{U}_{D\varphi Q} \end{vmatrix},$$

$$\dot{I}_{D\varphi Q} = f_{D\varphi Q}(\varphi, Q_2), \quad (16)$$

$$\dot{I}_{D_G} = f_{D_G}(\dot{U}_{D_G}),$$

$$\dot{I}_{X_G} = f_{X_G}(\dot{U}_{X_G}),$$

$$\dot{I}_{J_T} = f_{J_T} \left(F_{E_T X_G} \dot{I}_{X_G} + F_{E_T J_T} \dot{I}_{J_T} + F_{E_T J} \dot{I}_J \right). \quad (17)$$

Из анализа системы уравнений (15) следует, что зависимые источники напряжения E_T могут образовывать контуры (циклы) через напряжения источников J_T . А из системы уравнений (17) следует, что зависимые источники напряжения J_T могут образовывать контуры (циклы) через источники напряжения E_T . Появление таких контуров означает, что напряжения зависимых источников напряжения и токов зависимых источников тока должны определяться в результате решения систем уравнений (15) и (17). Этот вопрос подробно рассмотрен в [15], там же предложен алгоритм выделения таких контуров, определения независимых переменных и составления уравнений, образованных этими контурами. Особенности эквивалентных схем объектов энергосистемы учитываются следующим образом. В случае эквивалентной схемы замещения участка линии передачи электроэнергии, приведенной на рис. 1, такие контуры (циклы) в уравнениях (15) и (17) не образуются, т.е. элементы матриц $F_{J_T E_T}^t = 0$ и $F_{E_T J_T} = 0$.

Тогда, как следует из уравнений (13), выбранным переменным будет соответствовать следующая система уравнений:

$$\begin{vmatrix} \dot{I}_{D_G} \\ \dot{I}_{D\varphi Q} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} F_{D_G X_G} & F_{D_G J_T} & F_{D_G J} \\ F_{D\varphi Q X_G} & F_{D\varphi Q J_T} & F_{D\varphi Q J} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{I}_{X_G} \\ \dot{I}_{J_T} \\ \dot{I}_J \end{vmatrix} = 0, \quad (18)$$

в которой все токи необходимо представить через напряжения компонент ветвей векторов $\dot{U}_E, \dot{U}_{D_G}, \dot{I}_J$ и векторов параметров φ, Q_2 , используя системы уравнений связи (15)–(17). Система уравнений (18) нелинейная. Она содержит как комплексные переменные \dot{U}_{D_G} , так и вещественные φ, Q_2 . Математической моделью энергосистемы будем считать алгоритмы выбора дерева графа схемы, составления топологических матриц, группирования векторов и

топологических матриц вместе с системой уравнений (18), в которой переменными являются напряжения \dot{U}_{D_G} компонент ветвей и параметры φ, Q_z генераторов, и систем уравнений связи (15)–(17).

Коммутация линий электропередачи или изменение условий производства электроэнергии в реальной энергосистеме учитывается в математической модели энергосистемы путем изменения параметров функциональных зависимостей или типов компонент. Эти изменения отслеживаются перевыбором дерева, пересоставлением топологических матриц контуров и сечений и перегруппировкой векторов напряжений и токов компонент в соответствии с новым набором типов компонент.

5. Модификация метода Ньютона для решения СНУ, составленных предложенным методом

Как уже упоминалось, в основных программных комплексах для решения СНУ применяется итерационный метод Ньютона. Суть метода заключается в следующем. Ограничимся рассмотрением тех эквивалентных схем энергосистемы, которые при составлении уравнений не образуют циклы (контур) в уравнениях (15), (17), т.е. $F_{J_T E_T}^t = 0$ и $F_{E_T J_T} = 0$. Тогда СНУ (18) в общем виде можно записать как

$$f(U_D) = 0, \quad (19)$$

где $U_D = [\dot{U}_{D_G}, \varphi^t, Q_z^t]$ – вектор независимых переменных. Методом Ньютона принято считать следующий вычислительный итерационный процесс решения СНУ (19) [9]:

$$U_{D_{n+1}} = U_{D_n} - \alpha \Delta U_D, \quad (20)$$

где α – демпфирующий множитель, ΔU_D – вектор приращений переменных U_D на n -ом итерационном шаге. Вектор ΔU_D определяется из решения СЛАУ

$$f'(U_{D_n}) \Delta U_{D_n} = f(U_{D_n}), \quad (21)$$

где $f(U_{D_n})$ – вектор невязок на n -ом итерационном шаге решения СНУ, $f'(U_{D_n})$ – матрица частных производных СНУ (19), и имеет следующий вид:

$$f'(U_{D_n}) = \begin{pmatrix} f'_{11}(U_{D_n}) & \cdots & f'_{1m}(U_{D_n}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f'_{m1}(U_{D_n}) & \cdots & f'_{mm}(U_{D_n}) \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где m – порядок СНУ (19), $f'_{ij}(U_{D_n})$ – частная производная i -ого уравнения по j -ой переменной.

Как следует из приведенного итерационного процесса, вопрос корректной постановки задачи может возникнуть как при решении СНУ (19) (сходимость итерационного процесса решения), так и при решении СЛАУ (21) (плохая обусловленность, система большой размерности). Это означает, что метод решения СНУ (19) и составление уравнений предлагаемым методом необходимо рассматривать как единый вычислительный процесс, так как в процессе решения

необходимо проверять задачу на корректность и соответствующим образом ее корректировать. Следует заметить, что в приведенном методе Ньютона рассматривается решение СЧУ (19) как чисто математическая задача с полным абстрагированием от физической сущности задачи. В то же время в предложенном методе составления уравнений для корректной постановки задачи моделирования необходимо знать особенности конкретной задачи. Это означает, что метод Ньютона необходимо модифицировать таким образом, чтобы можно было применить предложенный метод составления уравнений в процессе решения.

Известно, что физической интерпретацией СЛАУ (21) электротехнической задачи есть система уравнений, описывающих линеаризованную эквивалентную схему этой задачи, т.е. схему, у которой функциональные зависимости заменяются их производными. Предлагается СЛАУ (21) получать путем составления уравнений для линеаризованной схемы. В процессе составления уравнений для линеаризованной схемы реализуется контроль задачи на корректность, и в случае необходимости выполняется переВыбор независимых переменных. Такой подход позволит рассматривать составление уравнений, описывающих схему, и их решение как единый вычислительный процесс решения задачи, что является существенным отличием предложенного подхода к моделированию энергосистемы от реализованного в программных комплексах.

Система уравнений связи (15)–(17) и система уравнений (18) применяются для составления уравнений, описывающих линеаризованную эквивалентную схему энергосистемы. При этом следует учесть, что в системе уравнений (15)–(18) напряжения компонент \dot{U} и токи компонент \dot{I} исходной схемы заменяются напряжениями компонент $\Delta\dot{U}$ и токами компонент $\Delta\dot{I}$ линеаризованной схемы. Вместо функциональных зависимостей компонент исходной схемы используются функциональные зависимости компонент линеаризованной схемы, которые имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{U}_{D\varphi} &= f'_{D\varphi}(\varphi_n)\Delta\varphi, \\ \Delta\dot{U}_{E_T} &= f'_{E_T}(\dot{U}_{J_T n})\Delta\dot{U}_{J_T}, \\ \Delta\dot{I}_{D_Q} &= f'_{D_Q\varphi}(\varphi_n, Q_{zn})\Delta\varphi + f'_{D_QQ}(\varphi_n, Q_z)\Delta Q_z, \\ \Delta\dot{I}_{D_G} &= f'_{D_G}(\dot{U}_{D_G n})\Delta\dot{U}_{D_G}, \\ \Delta\dot{I}_{X_G} &= f'_{X_G}(\dot{U}_{X_G n})\Delta\dot{U}_{X_G}, \\ \Delta\dot{I}_{J_T} &= f'_{J_T}(\dot{I}_{E_T n})\Delta\dot{I}_{E_T},\end{aligned}\tag{23}$$

где $f'_i(\cdot)$ – численное значение производной функциональной зависимости компоненты схемы на n -ом итерационном шаге решения СЧУ. Как следует из (23), производные функциональных зависимостей компонент схемы имеют размерность проводимостей или коэффициентов усиления.

Так же, как для исходной схемы, в качестве независимых переменных системы уравнений, описывающей линеаризованную схему, используются векторы напряжений компонент линеаризованной схемы, входящих в ветви дерева $\Delta\dot{U}_{D_G}$, и векторы фазовых углов $\Delta\varphi$ и

реактивных мощностей ΔQ_2 линеаризованных компонент генераторов. Переменные $\Delta \dot{u}_{D_G}$, $\Delta \varphi$, ΔQ_2 определяются из решения системы уравнений (18), которые в случае линеаризованной схемы имеют следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \Delta \dot{I}_{D_G} \\ \Delta \dot{I}_{D_{\varphi Q}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} F_{D_G X_G} & F_{D_G J_T} \\ F_{D_{\varphi Q} X_G} & F_{D_{\varphi Q} J_T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \dot{I}_{X_G} \\ \Delta \dot{I}_{J_T} \end{pmatrix} = f(\dot{U}_{D_n}). \quad (24)$$

Учитывая (15)–(17) и (23), систему уравнений (24) нетрудно преобразовать к виду (21).

Для контроля корректности составленной СЛАУ (24) применяется следующее выражение:

$$\Delta \dot{I}_{D_G} - (F_{D_G X_G} \Delta \dot{I}_{X_G} + F_{D_G J_T} \Delta \dot{I}_{J_T}), \quad (25)$$

которое, учитывая (15)–(17) и (23), нетрудно преобразовать к виду

$$G_{D_{G_i}} \Delta \dot{u}_{D_i} - \sum_{j=1}^k G_{X_{G_{ij}}} \Delta \dot{u}_{X_j}, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (26)$$

где k – количество ветвей хорд, входящих в сечение i -ой ветви дерева, m – количество ветвей дерева в схеме, $G_{D_{G_i}}$ – проводимость компоненты i -ой ветви дерева графа схемы, $G_{X_{G_{ij}}}$ – проводимость компоненты j -ой ветви хорды графа схемы, входящей в i -ое сечение. СЛАУ (25) будет считаться корректно составленной, если выполняется следующее неравенство:

$$G_{D_{G_i}} \geq G_{X_{G_{ij}}}. \quad (27)$$

В противном случае выполняются новый выбор переменных $\Delta \bar{u}_{D_G}$, пересоставление топологических матриц F , F^t и пересчет n -ого итерационного шага решения СЛУ.

6. Тестовый пример

С целью оценки эффективности предложенного метода корректной формулировки задачи моделирования установившихся режимов энергосистемы рассмотрим тестовый пример. Тестовый пример будет промоделирован программой, в которой в первом случае составление уравнений

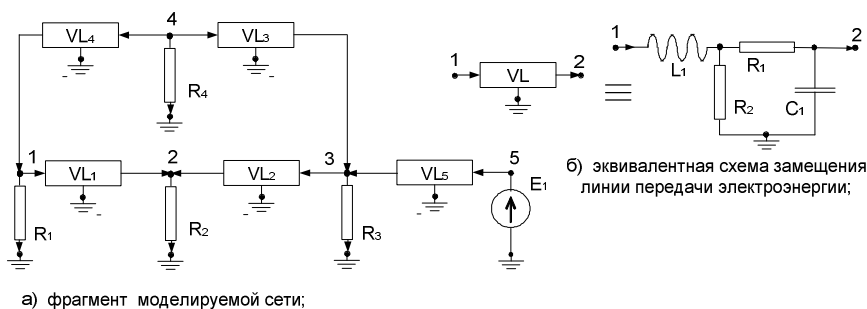


Рис. 2. Тестовый пример

выполняется методом узловых потенциалов, а во втором – предложенным методом с контролем на корректность в процессе решения задачи. Количество итераций, затраченных на получение результата,

будет служить критерием эффективности. В качестве тестового примера выбран фрагмент эквивалентной схемы энергосистемы, показанной на рис. 2.

В табл. 1 приведены параметры генераторов и нагрузок схемы, в табл. 2 – параметры компонент линий передачи.

Таблица 1. Параметры генераторов и нагрузок схемы

№	Имя компонента	P_n	P_r	Q_n	Q_r	$ U $	U_a
1	E ₁						200
2	R ₁	300	100	90	-	220	
3	R ₂	200	-	200	-	-	
4	R ₃	50	-	50	-	-	
5	R ₄	100	50	50		220	

Таблица 2. Параметры компонент линий передачи

№	Имя компонента	R_{10}	R_2	L_1	C_1
1	VL ₁	4,3	1E+10	2,6	-27E+3
2	VL ₂	52,6	1E+10	31,6	-337E+3
3	VL ₃	15,5	1E+10	10,8	-410E+3
4	VL ₄	59,5	1E+10	58,0	-650E+3
5	VL ₅	59,5	1E+10	58,0	-650E+3

В тестовом примере в качестве изменяемого параметра выбрано сопротивление R_1 линии электропередачи. Изменение сопротивления R_1 можно интерпретировать как переключение высоковольтного переключателя из закрытого состояния (сопротивление велико) в открытое (сопротивление мало). При моделировании сопротивление R_1 изменялось следующим образом:

$$R_1 = R_{10}10^{-n}, \text{ где } 1 \leq n \leq 7.$$

На рис. 3 приведены результаты моделирования. Как следует из результатов моделирования тестового примера, итерационный процесс решения системы уравнений при $n = 7$, составленной методом узловых потенциалов, оказался расходящимся, в то время как система имеет решение. На решение системы уравнений, составленной предложенным методом, было затрачено меньше 15 итераций.

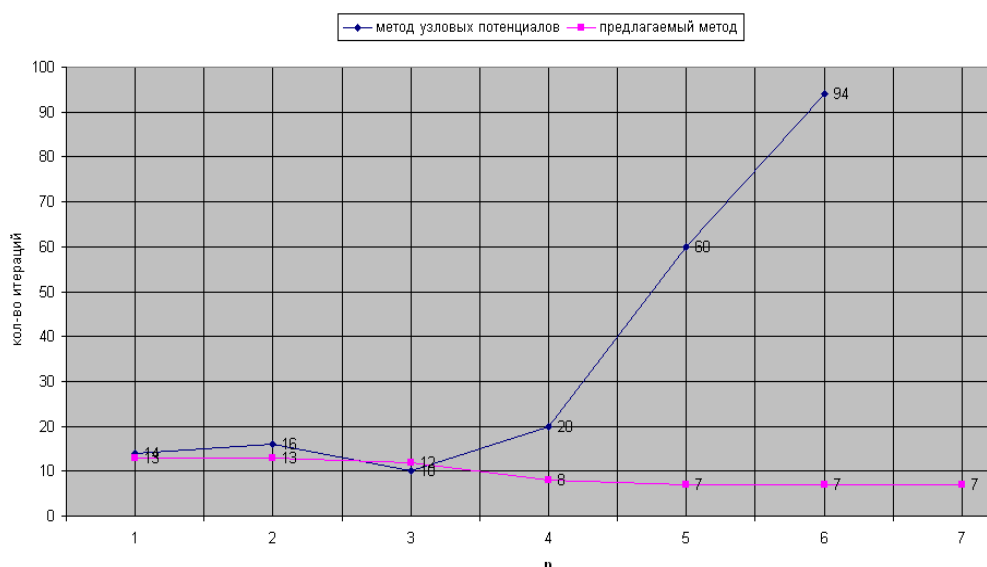


Рис. 3. График зависимости количества итераций, затраченных на решение, в зависимости от метода составления уравнений, описывающих тестовый пример

6. Заключение

В связи с тем, что применение моделирования становится неотъемлемой частью анализа, планирования и оперативного управления электроэнергетическими системами, достоверность результатов моделирования является основным критерием оценки результатов моделирования. Это требует новых подходов к разработке методов и алгоритмов описания электроэнергетических систем и решения составленных описаний.

В данной работе на примере расчета установившихся режимов энергосистемы показано, что можно корректно поставить задачу моделирования на этапе составления уравнений. Корректная постановка задачи достигнута за счет выбора в качестве независимых переменных системы уравнений, описывающих энергосистему, напряжений компонент ветвей дерева графа эквивалентной схемы энергосистемы. В качестве критерия выбора переменных используются параметры функциональных зависимостей компонент эквивалентной схемы, т.е. при составлении системы уравнений, описывающих схему, учитываются конкретные особенности схемы.

Предложена модификация метода Ньютона решения СЛУ, описывающих энергосистему, которая позволяет реализовать в процессе решения проверку корректности моделируемой задачи и в случае необходимости вновь корректно сформулировать задачу моделирования.

Объединение задачи составления уравнений, описывающих энергосистему, и их решение дает возможность моделировать энергосистемы с динамически изменяемыми структурами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Программно-вычислительный комплекс АНАРЭС-2000 // <http://anares.irk.ru/PDF/ar10801.pdf>.
2. Модели анализа нормальных и предельно установившихся режимов комплекса АНАРЭС для IBM PC / О.М. Кучерова, Ю.Н. Кучеров, Щ.Н. Шепилов и др. – К.: Министерство энергетики и электрификации Украины, 1993. – 25 с.
3. Программный комплекс EnergyCS для проектирования электроэнергетических систем // http://www.csoft.ru/press/pub/article_23506.html.
4. Прихно В. Л. Программный комплекс Космос оперативных расчетов режимов энергосистем на основе телеметрической информации // http://www.regimov.net/books/prihno_articles/01.html.
5. <http://en-soft.ru/>.
6. <http://niieng.ru/>.
7. <http://www.digsilent.de/>.
8. Конторович А.М., Дунаева Н.П. Исследование методов расчета установившихся режимов, основанных на разложении решения в ряд Тейлора. – Иркутск, 1978.
9. Ортега Д., Рейнболт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. – М.: Мир, 1975. – 558 с.
10. Тихонов Д.Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации // Доклады АН СССР. – 1963. – № 151. – С. 501 – 504.
11. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. – Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962. – 92 с.
12. Иванов В.К. О некорректно поставленных задачах // Математический сборник. – 1963. – № 61 (103):2. – С. 211 – 223.
13. Волобоев В.П. Составление уравнений цепи, содержащей зависимые двухполюсники и многополюсники // Вопросы проектирования математических машин и устройств. Научный совет по кибернетике АН УССР, Киев, 1972. – С. 3 – 16.
14. Волобоев В.П. К учету сходимости численных методов при составлении уравнений цепи постоянного тока // Вопросы проектирования математических машин и устройств. Научный совет по кибернетике АН УССР, Киев, 1972. – С. 17 – 26.
15. Волобоев В.П. О расширении класса схем, моделируемых методом напряжений ветвей дерева // Проектирование технических средств ЭВМ и систем: Сб. научн. тр. – К.: Изд-во ИК АН УССР, 1982. – С. 32 – 36.
16. Волобоев В.П., Клименко В.П. Об одном подходе к моделированию сложных систем // Математичні машини і системи. – 2008. – № 4. – С. 111 – 122.
17. Сенди К. Современные методы анализа электрических систем. – М.: Энергия, 1971. – 360 с.

Стаття надійшла до редакції 22.09.2009