

УДК 621.396.2.019.4 : 621.391.254

С.В. ЗАЙЦЕВ, В.В. КАЗИМИР, О.І. ВОСКОЛОВИЧ

**СТАТИСТИЧНА ОЦІНКА ЗАВАДОЗАХИЩЕНОСТІ СИСТЕМ ЗВ'ЯЗКУ  
З ТЕХНОЛОГІЄЮ МІМО**

*Анотація.* У статті вперше отримані аналітичні залежності для розрахунку середньої ймовірності бітової помилки в каналах з релеевськими завмираннями, флуктуаційним шумом та навмисними завадами для систем МІМО з розширенням спектра сигналів методом псевдовипадкової перестройки робочої частоти. Дані залежності дозволяють здійснити більш точний аналіз завадозахищеності каналів при малих відношеннях сигнал-завада в каналі.

**Ключові слова:** завадозахищеність, середня ймовірність бітової помилки, технології МІМО.

*Аннотация.* В статье впервые получены аналитические зависимости для расчета средней вероятности битовой ошибки в каналах с релеевскими замираниями, флуктуационным шумом и преднамеренными помехами для систем МІМО с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. Данные зависимости позволяют осуществить более точный анализ помехозащищенности каналов при малых отношениях сигнал-помеха в канале.

**Ключевые слова:** помехозащищенность, средняя вероятность битовой ошибки в канале, технологии МІМО.

*Abstract.* Analytical expressions for average probability calculation of bit error in the channels with Rayleigh fading, fluctuating noise and jamming for MIMO systems with extended signals spectrum are obtained with the use of pseudorandom working frequency tuning. These dependencies allow us to make a more precise analysis of channels immunity at low signal-to-noise ratio in the channel.

**Keywords:** immunity, average probability, bit error, channel, MIMO technology.

## 1. Вступ

Відомчі засоби радіозв'язку (ВЗРЗ) повинні забезпечувати передачу інформації у складній радіоелектронній обстановці. Це повинно бути забезпечено в умовах багатопроменевого просторового каналу, в якому можливі глибокі завмирання сигналів, а також при наявності в каналі зв'язку навмисних завад. В теперішній час отримали розповсюдження системи зв'язку з рознесеними передавальними і приймальними антенами – системи МІМО (multiple-input multiple-output). Їх використання дозволяє проводити просторову і часову обробку сигналів, ефективніше використовувати випромінювану передавачем потужність і знижувати негативний вплив завад. При цьому напрямок підвищення завадозахищеності каналів ВЗРЗ є застосування технології розширення спектра методом псевдовипадкової перестройки робочої частоти (ППРЧ) та турбокодування.

## 2. Постановка задачі

Вплив навмисних завад на завадозахищеність ВЗРЗ із ППРЧ досить повно досліджено в [1–8]. Однак аналіз цих робіт показує, що для методу ППРЧ та М-позиційних сигналів розглядається, як правило, некогерентна обробка сигналів та застосовуються наближені формули для розрахунку середньої ймовірності помилки, які недостатньо ефективні для розрахунку при малих відношеннях сигнал-завада в каналі. Крім того, в роботах не досліджується вплив навмисних завад на системи МІМО і не розглядається застосування методів розширення спектра сигналів. В [9, 10] проведені дослідження впливу навмисних завад на

канали з адитивним білим гаусівським шумом (АБГШ) при когерентному прийманні сигналів із ФМ-М, КАМ-М модуляцією при точних формулах розрахунку ймовірності бітової помилки. Однак для каналів ВЗРЗ характерною умовою роботи є явище багатопроменевого поширення сигналу, у результаті чого відбуваються завмирання сигналу [3, 4]. У відомих роботах як показник завадозахищеності обрано середню ймовірність бітової помилки при прийманні повідомлень [2–4, 11].

Таким чином, виникає задача оцінки завадозахищеності нестационарних каналів для систем МІМО з ППРЧ, які були б ефективні при малих відношеннях сигнал-завада в каналі.

Метою статті є отримання точних аналітичних залежностей для розрахунку ймовірності бітової помилки в каналах з релеєвськими завмираннями, флуктуаційним шумом та навмисними завадами для систем МІМО з ППРЧ та спектрально-ефективними видами модуляції.

### 3. Основні аналітичні залежності

Існують такі види навмисних завад: шумова загороджувальна завада, шумова завада в частині смуги (ШЗЧС) та завада у відповідь, моделі яких представляють обмежений по смузі АБГШ [1].

Отримаємо аналітичні залежності для розрахунку ймовірності бітової помилки при використанні модуляції ФМ-М та ППРЧ для випадку передачі інформації по одному каналу системи МІМО в умовах впливу флуктуаційного шуму та навмисних завад.

У каналі з релеєвськими завмираннями та білим шумом при когерентному прийманні відомі точні формули ймовірності бітової помилки для модуляції ФМ-М ( $M > 2$ ) [11]. Ймовірність помилки в першому та другому бітах:

$$P_{b1} = P_{b2} = \frac{2}{M} \sum_{j=1}^{M/4} \frac{1}{h_j^2 + 1 + \sqrt{h_j^2(h_j^2 + 1)}}, \quad (1)$$

де  $h_j^2 = h_{bc}^2 K \sin^2((2j-1)\pi/M)$ ,  $h_{bc}^2 = \frac{h_0^2(M-1)}{3(\sqrt{M}-1)^2}$ ,  $h_0^2 = \frac{E_b}{G_0}$ ,  $E_b$  – енергія біта,  $G_0$  – спектральна щільність потужності шуму,  $M = 2^K$  – розмірність сигнального сузір'я. Ймовірність помилки для біт  $i = \overline{3, K}$  дорівнює

$$P_{bi} = \frac{2^{i+1}}{M} \sum_{j=1}^{M/4} (-1)^{\text{ent}\left(\frac{j-1}{2^{k+i-1}}\right)} T_z(h_{bc}^2, M, j), \quad (2)$$

де

$$T_z(h_{bc}^2, M, j) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\cos((2j-1)\pi/M)}{2[h_{bc}^2 K + 1 + \sqrt{h_{bc}^2 K(h_{bc}^2 K + 1)}] \sin[((2j-1)\pi/M) + \psi_j]} + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_j^2 + 1 + \sqrt{h_j^2(h_j^2 + 1)}} \arcsin \left[ \frac{\sqrt{\frac{h_{bc}^2 K}{h_{bc}^2 K + 1}} \cdot \cos((2j-1)\pi/M)}{1} \right], \quad (3)$$

де

$$\psi_j = \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{\frac{h_{bc}^2 K}{h_{bc}^2 K + 1}} \cdot \cos((2j-1)\pi/M). \quad (4)$$

Середня ймовірність помилки на біт в  $K$ -бітовому блоці визначається як [11]

$$P_B = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K P_{bi}. \quad (5)$$

Визначимо середню ймовірність помилки в  $K$ -бітовому блоці для одного каналу системи МІМО з навмисними завадами, флуктуаційним шумом і релеєвськими завмираннями при модуляції ФМ-4 і ФМ-8.

Розглянемо модуляцію ФМ-4. Для першого та другого бітів у послідовності із двох бітів ймовірність помилки на біт рівна

$$\begin{aligned} P_{b1} = P_{b2} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{h_1^2 + 1 + \sqrt{h_1^2(h_1^2 + 1)}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{h_{bc}^2 + 1 + \sqrt{h_{bc}^2(h_{bc}^2 + 1)}} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{h_0^2 + 1 + \sqrt{h_0^2(h_0^2 + 1)}} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Середня ймовірність помилки на біт в 2-бітовому блоці модуляції ФМ-4 при релеєвських завмираннях визначається, якщо підставити (6) в (5):

$$P_B = \frac{1}{h_0^2 + 1 + \sqrt{h_0^2(h_0^2 + 1)}} = 1 - \sqrt{\frac{h_0^2}{h_0^2 + 1}}. \quad (7)$$

Вплив навмисних завад на систему радіозв'язку враховується в параметрі  $h_0^2$ .

При впливі шумової загороджувальної завади на ЗРЗ параметр  $h_0^2$  перетвориться в

$$h_{01j}^2 = \frac{E_b}{G_0 + G_j}, \quad (8)$$

де  $G_j$  – спектральна щільність потужності навмисної завади.

Для шумової завади в частині смуги параметр  $h_0^2$  буде визначений як

$$h_{02j}^2 = \frac{E_b}{G_0 + \frac{G_j}{\gamma}}. \quad (9)$$

У випадку застосування постановником завад завади у відповідь  $h_0^2$  буде мати вигляд

$$h_{03j}^2 = \frac{E_b}{G_0 + G_j}. \quad (10)$$

З урахуванням коефіцієнта розширення спектра  $K_s$  вирази (8), (9), при впливі шумової загороджувальної завади та шумової завади в частині смуги, будуть мати такий вигляд [1]:

$$h_{01j}^2 = \left( \frac{G_0}{E_b} + \frac{P_j}{K_s \cdot P_b} \right)^{-1} = \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad (11)$$

$$h_{02j}^2 = \left( \frac{G_0}{E_b} + \frac{P_j}{\gamma \cdot K_s \cdot P_b} \right)^{-1} = \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad (12)$$

де  $P_b$  – потужність сигналу,  $P_j$  – потужність завади.

Підставивши (4) в (7), одержимо точну формулу середньої ймовірності бітової помилки сигналу ФМ-4 при впливі шумової загороджувальної завади на один канал системи МІМО із ППРЧ і релеєвськими завмираннями:

$$P_B = 1 - \frac{\sqrt{\left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right)^{-1}}}{\sqrt{\left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right)^{-1} + 1}}. \quad (13)$$

Середня ймовірність бітової помилки для сигналу ФМ-4 одного каналу системи МІМО при впливі шумової завади в частині смуги буде мати такий вигляд:

$$P_{B1} = (1 - \gamma)P_B + \gamma P_{Bj}. \quad (14)$$

У цій формулі  $P_B$  визначається за формулою (7), а  $P_{Bj}$  – шляхом підстановки (12) в (7):

$$P_{B1} = (1 - \gamma) \left( 1 - \sqrt{\frac{h_0^2}{h_0^2 + 1}} \right) + \gamma \left( 1 - \frac{\sqrt{\left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right)^{-1}}}{\sqrt{\left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right)^{-1} + 1}} \right). \quad (15)$$

Середня ймовірність бітової помилки при впливі завади у відповідь буде мати такий вигляд:

$$P_{B2} = (1 - \gamma)P_B + \gamma P_{Bj}. \quad (16)$$

У цій формулі  $P_B$  визначається за формулою (7), а  $P_{Bj}$  – шляхом підстановки (8) в (7):

$$P_{B2} = (1 - \gamma) \left( 1 - \sqrt{\frac{h_0^2}{h_0^2 + 1}} \right) + \gamma \left( 1 - \frac{\sqrt{\left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{E_b}{G_j} \right)^{-1} \right)^{-1}}}{\sqrt{\left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{E_b}{G_j} \right)^{-1} \right)^{-1} + 1}} \right). \quad (17)$$

Розглянемо модуляцію ФМ-8, спростивши відповідним чином вирази (1), (2).

Зокрема, для першого й другого бітів у послідовності із трьох бітів ймовірність помилки на біт дорівнює

$$P_{b1} = P_{b2} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{h_1^2 + 1 + \sqrt{h_1^2(h_1^2 + 1)}} + \frac{1}{h_2^2 + 1 + \sqrt{h_2^2(h_2^2 + 1)}} \right), \quad (18)$$

де

$$h_1^2 = 2,094h_0^2 \sin^2(\pi/8), \quad (19)$$

$$h_2^2 = 2,094h_0^2 \sin^2(3\pi/8). \quad (20)$$

Відповідно для третього біта ймовірність помилки визначається як

$$P_{b3} = 2[T_z(h_{bc}^2, 8, 1) + T_z(h_{bc}^2, 8, 2)], \quad (21)$$

де

$$T_z(h_{bc}^2, 8, 1) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\cos(\pi/8)}{2[2,094h_0^2 + 1 + \sqrt{2,094h_0^2(2,094h_0^2 + 1)}] \sin[(\pi/8) + \psi_1]} + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_1^2 + 1 + \sqrt{h_1^2(h_1^2 + 1)}} \arcsin \left[ \sqrt{\frac{2,094h_0^2}{2,094h_0^2 + 1}} \cdot \cos(\pi/8) \right], \quad (22)$$

$$T_z(h_{bc}^2, 8, 2) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\cos(3\pi/8)}{2[2,094h_0^2 + 1 + \sqrt{2,094h_0^2(2,094h_0^2 + 1)}] \sin[(3\pi/8) + \psi_2]} + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_2^2 + 1 + \sqrt{h_2^2(h_2^2 + 1)}} \arcsin \left[ \sqrt{\frac{2,094h_0^2}{2,094h_0^2 + 1}} \cdot \cos(3\pi/8) \right]. \quad (23)$$

У формулах (22), (23)  $\psi_1$  і  $\psi_2$  дорівнюють

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{\frac{2,094h_0^2}{2,094h_0^2 + 1}} \cdot \cos(\pi/8). \quad (24)$$

$$\psi_2 = \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{\frac{2,094h_0^2}{2,094h_0^2 + 1}} \cdot \cos(3\pi/8). \quad (25)$$

Підставивши (18), (21) в (5), одержимо точну формулу для розрахунку середньої ймовірності помилки в 3-бітовому блоці для модуляції ФМ-8 у каналі з АБГШ і релеєвськими завмираннями:

$$P_B = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{h_1^2 + 1 + \sqrt{h_1^2(h_1^2 + 1)}} + \frac{1}{h_2^2 + 1 + \sqrt{h_2^2(h_2^2 + 1)}} \right) + 2[T_z(h_{bc}^2, 8, 1) + T_z(h_{bc}^2, 8, 2)]}{3}. \quad (26)$$

Для розрахунку середньої ймовірності бітової помилки при впливі шумової загороджувальної завади на один канал системи МІМО із ППРЧ і релеєвськими завмираннями необхідно підставити (7) замість  $h_0^2$  в (19), (20), (22)–(25). У результаті формули (19), (20), (22)–(25) приймуть вигляд

$$h_{11j}^2 = 2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} \sin^2(\pi/8), \quad (27)$$

$$h_{21j}^2 = 2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} \sin^2(3\pi/8), \quad (28)$$

$$T_{z1j}(h_{bc}^2, 8, 1) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\cos(\pi/8)}{2 \left[ 2,094 h_{01j}^2 + 1 + \sqrt{2,094 h_{01j}^2 (2,094 h_{01j}^2 + 1)} \right] \sin[(\pi/8) + \psi_{11j}]} + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_{11j}^2 + 1 + \sqrt{h_{11j}^2 (h_{11j}^2 + 1)}} \arcsin \left[ \sqrt{\frac{2,094 h_{01j}^2}{2,094 h_{01j}^2 + 1}} \cdot \cos(\pi/8) \right], \quad (29)$$

$$T_{z1j}(h_{bc}^2, 8, 2) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\cos(3\pi/8)}{2 \left[ 2,094 h_{01j}^2 + 1 + \sqrt{2,094 h_{01j}^2 (2,094 h_{01j}^2 + 1)} \right] \sin[(3\pi/8) + \psi_{21j}]} + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_{21j}^2 + 1 + \sqrt{h_{21j}^2 (h_{21j}^2 + 1)}} \arcsin \left[ \sqrt{\frac{2,094 h_{01j}^2}{2,094 h_{01j}^2 + 1}} \cdot \cos(3\pi/8) \right], \quad (30)$$

$$\psi_{11j} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot \cos(\pi/8)}{\sqrt{2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} + 1}}, \quad (31)$$

$$\psi_{21j} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot \cos(3\pi/8)}{\sqrt{2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} + 1}}. \quad (32)$$

Підставивши (27)–(30) в (26), одержимо точну формулу середньої ймовірності бітової помилки сигналу ФМ-8 при впливі шумової загороджувальної завади на один канал системи МІМО із ППРЧ та релеєвськими завмираннями:

$$P_B = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{h_{11j}^2 + 1 + \sqrt{h_{11j}^2 (h_{11j}^2 + 1)}} + \frac{1}{h_{21j}^2 + 1 + \sqrt{h_{21j}^2 (h_{21j}^2 + 1)}} \right) + 2 [T_{z1j}(h_{bc}^2, 8, 1) + T_{z1j}(h_{bc}^2, 8, 2)]}{3}. \quad (33)$$

Середня ймовірність бітової помилки сигналу ФМ-8 при впливі шумової завади в частині смуги на один канал системи МІМО буде мати такий вигляд:

$$P_{B1} = (1 - \gamma) P_B + \gamma P_{Bj}. \quad (34)$$

Для цього необхідно підставити (12) замість  $h_0^2$  в (19)–(25). У результаті формули (19)–(25) приймуть вид

$$h_{12j}^2 = 2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} \sin^2(\pi/8), \quad (35)$$

$$h_{22j}^2 = 2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} \sin^2(3\pi/8), \quad (36)$$

$$T_{z2j}(h_{bc}^2, 8, 1) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\cos(\pi/8)}{2 \left[ 2,094 h_{02j}^2 + 1 + \sqrt{2,094 h_{02j}^2 (2,094 h_{01j}^2 + 1)} \right] \sin[(\pi/8) + \psi_{12j}]} + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_{12j}^2 + 1 + \sqrt{h_{12j}^2 (h_{12j}^2 + 1)}} \arcsin \left[ \sqrt{\frac{2,094 h_{02j}^2}{2,094 h_{02j}^2 + 1}} \cdot \cos(\pi/8) \right], \quad (37)$$

$$T_{z2j}(h_{bc}^2, 8, 2) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\cos(3\pi/8)}{2 \left[ 2,094 h_{02j}^2 + 1 + \sqrt{2,094 h_{02j}^2 (2,094 h_{02j}^2 + 1)} \right] \sin[(3\pi/8) + \psi_{22j}]} + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_{22j}^2 + 1 + \sqrt{h_{22j}^2 (h_{22j}^2 + 1)}} \arcsin \left[ \sqrt{\frac{2,094 h_{02j}^2}{2,094 h_{02j}^2 + 1}} \cdot \cos(3\pi/8) \right], \quad (38)$$

$$\psi_{12j} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot \cos(\pi/8)}{2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} + 1}, \quad (39)$$

$$\psi_{22j} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} \cdot \cos(3\pi/8)}{2,094 \left[ \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{\gamma \cdot K_s \cdot P_b}{P_j} \right)^{-1} \right]^{-1} + 1}. \quad (40)$$

У формулі (34)  $P_B$  визначається за формулою (26), а  $P_{Bj}$  – шляхом підстановки (35)–(38) в (26). Таким чином, ймовірність бітової помилки сигналу ФМ-8 при завмираннях, ППРЧ і впливі шумової завади в частині смуги на один канал системи МІМО буде мати такий вигляд:

$$+ \gamma \left[ \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{h_{12j}^2 + 1 + \sqrt{h_{12j}^2 (h_{11j}^2 + 1)}} + \frac{1}{h_{22j}^2 + 1 + \sqrt{h_{22j}^2 (h_{22j}^2 + 1)}} \right) + 2 [T_{z2j}(h_{bc}^2, 8, 1) + T_{z2j}(h_{bc}^2, 8, 2)]}{3} \right]. \quad (41)$$

Середня ймовірність бітової помилки сигналу ФМ-8 при релеєвських завмираннях, ППРЧ і впливі завади у відповідь буде мати такий вигляд:

$$P_{B2} = (1 - \gamma)P_B + \gamma P_{Bj}. \quad (42)$$

Для цього необхідно підставити (10) замість  $h_0^2$  в (19) – (25). У результаті формули (19) – (25) приймуть вигляд

$$h_{13j}^2 = 2,094 \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{E_b}{G_j} \right)^{-1} \right)^{-1} \sin^2(\pi/8), \quad (43)$$

$$h_{23j}^2 = 2,094 \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{E_b}{G_j} \right)^{-1} \right)^{-1} \sin^2(3\pi/8), \quad (44)$$

$$T_{z3j}(h_{bc}^2, 8, 1) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\cos(\pi/8)}{2 \left[ 2,094 h_{03j}^2 + 1 + \sqrt{2,094 h_{03j}^2 (2,094 h_{03j}^2 + 1)} \right] \sin[(\pi/8) + \psi_{13j}]} + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_{13j}^2 + 1 + \sqrt{h_{13j}^2 (h_{13j}^2 + 1)}} \arcsin \left[ \sqrt{\frac{2,094 h_{03j}^2}{2,094 h_{03j}^2 + 1}} \cdot \cos(\pi/8) \right], \quad (45)$$

$$T_{z3j}(h_{bc}^2, 8, 2) = \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{\cos(3\pi/8)}{2 \left[ 2,094 h_{03j}^2 + 1 + \sqrt{2,094 h_{03j}^2 (2,094 h_{03j}^2 + 1)} \right] \sin[(3\pi/8) + \psi_{23j}]} + \frac{1}{2\pi} \frac{1}{h_{23j}^2 + 1 + \sqrt{h_{23j}^2 (h_{23j}^2 + 1)}} \arcsin \left[ \sqrt{\frac{2,094 h_{03j}^2}{2,094 h_{03j}^2 + 1}} \cdot \cos(3\pi/8) \right], \quad (46)$$

$$\psi_{13j} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{2,094 \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{E_b}{G_j} \right)^{-1} \right)^{-1}}}{\sqrt{2,094 \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{E_b}{G_j} \right)^{-1} \right)^{-1} + 1}} \cdot \cos(\pi/8), \quad (47)$$

$$\psi_{23j} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{\sqrt{2,094 \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{E_b}{G_j} \right)^{-1} \right)^{-1}}}{\sqrt{2,094 \left( \left( \frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left( \frac{E_b}{G_j} \right)^{-1} \right)^{-1} + 1}} \cdot \cos(3\pi/8). \quad (48)$$

У формулі (42)  $P_B$  визначається за формулою (26), а  $P_{Bj}$  – шляхом підстановки (43)–(46) в (26). Таким чином, середня ймовірність бітової помилки сигналу ФМ-8 при завмираннях, ППРЧ і впливі завади у відповідь на один канал системи МІМО буде мати такий вигляд:



$$P_{B2} = (1-\gamma) \left[ \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{h_1^2 + 1 + \sqrt{h_1^2(h_1^2 + 1)}} + \frac{1}{h_2^2 + 1 + \sqrt{h_2^2(h_2^2 + 1)}} \right) + 2[T_z(h_{bc}^2, 8, 1) + T_z(h_{bc}^2, 8, 2)]}{3} \right] +$$

$$+ \gamma \left[ \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{h_{13j}^2 + 1 + \sqrt{h_{13j}^2(h_{13j}^2 + 1)}} + \frac{1}{h_{23j}^2 + 1 + \sqrt{h_{23j}^2(h_{23j}^2 + 1)}} \right) + 2[T_{z3j}(h_{bc}^2, 8, 1) + T_{z3j}(h_{bc}^2, 8, 2)]}{3} \right]. \quad (49)$$

Середня ймовірність бітової помилки при використанні модуляції ФМ-М та ППРЧ для системи МІМО в умовах впливу флуктуаційного шуму, навмисних завад та релеєвських завмирань буде визначатися таким виразом:

$$P_B^v = \frac{P_{1B} + P_{2B} + \dots + P_{vB}}{v}, \quad (50)$$

де  $N \in \overline{1, v}$  – кількість каналів у системі МІМО,  $P_{NB}$  – середня ймовірність бітової помилки в кожному каналі системи МІМО, яка враховує вплив флуктуаційного шуму, навмисних завад, розширення спектра сигналу, вид модуляції сигналу, релеєвські завмирання, аналітичні вирази, для розрахунку якої отримані в роботі.

#### 4. Дослідження завадозахищеності системи МІМО

Використовуючи отримані аналітичні залежності, оцінимо завадостійкість системи МІМО для різних значень параметрів ЗРЗ з ППРЧ та каналу зв'язку.

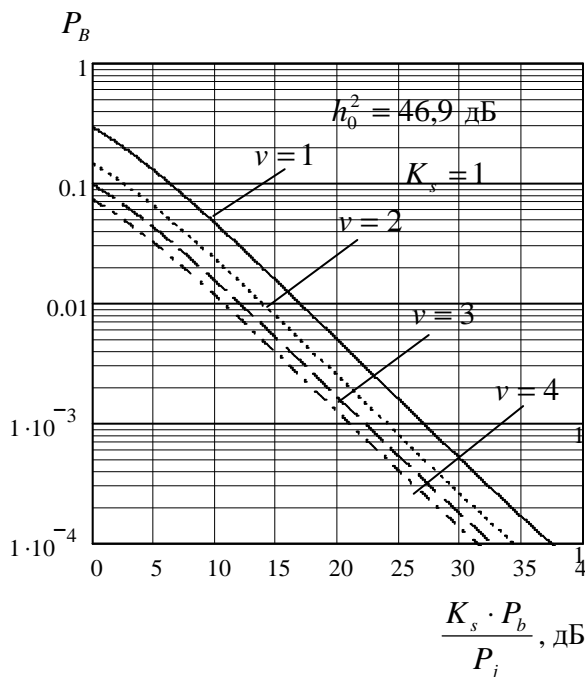


Рис. 1. Графіки залежності середньої ймовірності бітової помилки від ВЗЗ при впливі на систему МІМО з ФМ-4 ШЗЧС з  $\gamma = 1$  для різної кількості каналів

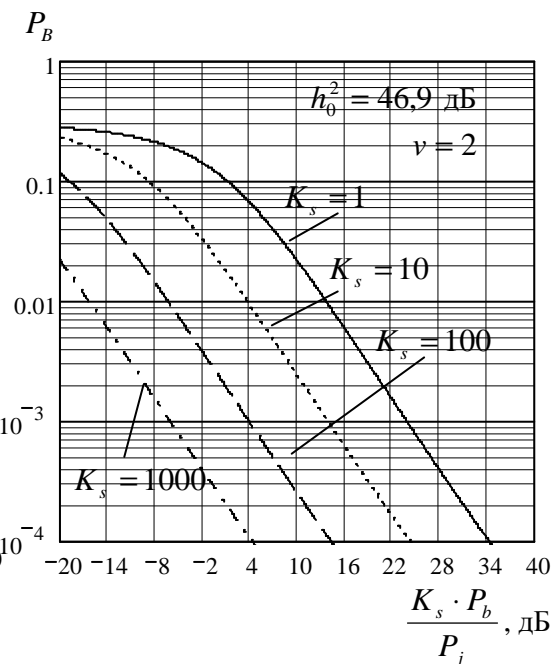


Рис. 2. Графіки залежності середньої ймовірності бітової помилки від ВЗЗ при впливі на систему МІМО з ФМ-4 ШЗЧС з  $\gamma = 0,6$  для різних значень коефіцієнта розширення спектра сигналу

Залежність середньої ймовірності бітової помилки від відношення сигнал-завада при впливі на систему МІМО з ФМ-4 ( $K_s = 1$ ) ШЗЧС з  $\gamma = 1$  для різної кількості каналів показана на рис. 1.

Аналіз свідчить, що зі збільшенням кількості каналів у системі МІМО підвищується завадозахищеність системи. Так, наприклад, для забезпечення  $P_B = 10^{-4}$  збільшення каналів у системі МІМО з 1 до 4 дає вигреш в завадозахищеності ЗРЗ приблизно 6,5 дБ.

На рис. 2 показана залежність середньої ймовірності бітової помилки від відношення сигнал-завада при впливі на систему МІМО ( $\nu = 2$ ) з ФМ-4 та ППРЧ ШЗЧС з  $\gamma = 1$  для різних значень коефіцієнта розширення спектра сигналу (кількості підканалів).

Аналіз залежностей свідчить, що зі збільшенням кількості частотних підканалів у кожному каналі системи МІМО підвищується завадозахищеність системи. Так, наприклад, для забезпечення  $P_B = 10^{-4}$  збільшення кількості підканалів у кожному каналі системи МІМО з 1 до 10 дає вигреш в завадозахищеності ЗРЗ приблизно 10 дБ, з 1 до 100 – приблизно 20 дБ, з 1 до 1000 – приблизно 30 дБ.

## 5. Висновки

Таким чином, у роботі отримані нові аналітичні співвідношення, які дозволяють розраховувати ймовірність бітової помилки для систем МІМО з ППРЧ та враховують кількість підканалів системи МІМО, різні види навмисних завад, релеєвські завмирання сигналу та ефективні для розрахунку при малих відношеннях сигнал-завада в каналі.

Аналіз отриманих результатів свідчить, що при певних умовах постановки навмисних завад вони можуть ефективно впливати на завадозахищеність каналів систем МІМО.

Отримані результати можна використовувати при створенні математичних моделей систем МІМО з розширенням спектра в умовах завмирань сигналу та наявності в каналі навмисних завад.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты / [Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е. и др.]. – М.: Радио и связь, 2000. – 384 с.
2. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / [Зюко А.Г., Фалько А.И., Панфилов И.П. и др.]; под ред. А.Г. Зюко. – М.: Радио и связь, 1985. – 272 с.
3. Банкет В.Л. Цифровые методы в спутниковой связи / В.Л. Банкет, В.М. Дорофеев. – М.: Радио и связь, 1988. – 240 с.
4. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Варакин Л.Е. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
5. Kang J. Turbo codes for coherent FH-SS with partial band interference [Електронний ресурс] / J. Kang, W. Stark // Proc. of the 1997 IEEE Military Communications Conference, (Nov. 1997). – 1997. – Vol. 2. – P. 5 – 9. – Режим доступу: <http://www.eecs.umich.edu/~stark/milcom97.ps>. – Title from the screen.
6. Jordan M. Turbo codes performance in partial band jamming [Електронний ресурс] / M. Jordan // Proc. of the 1997 IEEE Military Communications Conference, (18–21 Oct. 1998). – 1998. – Vol. 3. – P. 982 – 986. – Режим доступу: <http://ieeexplore.ieee.org/iel4/5850/15652/00726995.pdf>. – Title from the screen.
7. Levannier G. Comparison of convolutional codes against turbo codes for frequency hopped SDPSK receiver in partial-band jamming [Електронний ресурс] / G. Levannier, H. Bailly // Proc. of the 1999 IEEE Military Communications Conference, (10 Dec.–11 Mar. 1999). – 1999. – Vol. 1. – P. 551 – 555. – Режим доступу: <http://ieeexplore.ieee.org/iel5/6639/17706/00822743.pdf>. – Title from the screen.
8. Spread Spectrum Communications / М.К. Simon, J.К. Omura, R.А. Scholtz [et al.]. – Rockville: Computer Science Press. – 1985. – Vol. 1. – 402 p.; 1985. – Vol. 2. – 358 p.; 1985. – Vol. 3. – 423 p.

9. Лівенцев С. П. Дослідження впливу навмисних завад на відомчі системи радіозв'язку при когерентному прийомі сигналів для каналів з білим шумом / С.П. Лівенцев, С.В. Зайцев, Б.В. Горлинський // Зб. наук. праць ВІТІ НТУУ „КПІ”. – 2007. – Вип. 3. – С. 37 – 44.
10. Ливенцев С. П. Исследование воздействия организованных помех на каналы с аддитивным белым гауссовским шумом при когерентном приеме сигналов с КАМ-М модуляцией / С.П. Ливенцев, С.В. Зайцев // Зв'язок. – 2007. – № 4. – С. 44 – 50.
11. Бураченко Д.Л. Сигнальные конструкции. Приложения. Ч. 3: уч. пос. / Д.Л. Бураченко, Н.В. Савищенко. – СПб.: СПбГУТ, 2005. – С. 3 – 28.

*Стаття надійшла до редакції 08.12.2010*