

УДК 519.25

Р.Р. РЗАЕВ\*, З.Р. ДЖАМАЛОВ\*\*, Г.М. ШИХАЛИЕВА\*\*\*, Ф.Б. АГАЕВ\*\*\*\*

**ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ДЕФАЗЗИФИКАЦИИ ВЫХОДОВ НЕЧЕТКИХ МОДЕЛЕЙ ВРЕМЕННОГО РЯДА**

\*Институт систем управления НАН Азербайджана, Азербайджанский государственный технический университет, Баку, Азербайджан

\*\*Бакинский государственный университет, Баку, Азербайджан

\*\*\*Институт туризма Азербайджана, Баку, Азербайджан

\*\*\*\*Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан

***Анотація.** На прикладі конкретного часового ряду показника «Маржинальність продажів» розглядаються відомі нечіткі моделі прогнозування, що відрізняються своїми правилами фазифікації та/або дефазифікації. В контексті даного дослідження пропонується метод точкової оцінки нечітких прогнозів, який, як показали обчислення, в порівнянні з деякими відомими правилами дефазифікації дозволяє поліпшити статистичну якість прогнозування часового ряду.*

***Ключові слова:** часовий ряд, нечітка безліч, нечіткий прогноз, нечітке відношення, точкова оцінка.*

***Аннотация.** На примере конкретного временного ряда показателя «Маржинальность продаж» рассматриваются известные нечёткие модели прогнозирования, отличающиеся своими правилами фазификации и/или дефазификации. В контексте данного исследования предлагается метод точечной оценки нечётких прогнозов, который, как показали вычисления, по сравнению с некоторыми известными правилами дефазификации позволяет улучшить статистическое качество прогнозирования временного ряда.*

***Ключевые слова:** временной ряд, нечёткое множество, нечёткий прогноз, нечёткое отношение, точечная оценка.*

***Abstract.** On the specific example of the time series of “Marginality of sales” indicator there are considered known fuzzy forecasting models which differ in rules of fuzzification and/or defuzzification. In the context of this study, we propose point-estimation method of fuzzy forecasts which, according to the calculations, compared with some known rules of defuzzification can improve the statistical quality of time series forecasting.*

***Keywords:** time series, fuzzy set, fuzzy forecasting, fuzzy relationship, point estimate.*

## 1. Введение

Многие компании годами накапливают бизнес-информацию, надеясь, что в будущем она поможет им в комплексном аналитическом исследовании тенденций развития интересующих их процессов. Действительно, в некоторых случаях совокупность неприметных на первый взгляд «сырых» данных может стать источником дополнительной, гораздо более ценной информации – сведений о закономерностях, тенденциях или взаимозависимостях между какими-либо данными, которые невозможно получить на основе одной конкретной записи.

Одним из способов исследования скрытых закономерностей является интеллектуальный анализ временных рядов, извлеченных из хранилищ исторических данных. Такой анализ непосредственно входит в сферу профессиональной деятельности специалистов различного профиля: менеджеров высшего и среднего звена, аудиторов, специалистов в области контроля качества, экономистов, маркетологов, аналитиков и др. Сама концепция интеллектуального анализа данных определяет задачи поиска

функциональных и логических закономерностей в накопленной информации, помогает строить модели и правила, которые объясняют найденные аномалии и/или прогнозируют развитие исследуемых процессов.

Прогнозирование временных рядов поддерживается в составе OracleDatabase посредством команды OracleOLAPFORECAST и опции OracleData Mining (ODM), которые, применяя стандартные механизмы прогнозирования [1], работают с «чистыми» историческими данными, то есть данными, представленными в виде обычных чисел. Однако в подавляющем большинстве случаев эти данные являются все же слабоструктурированными или даже неструктурированными, то есть такими, о которых известна их принадлежность к определенному типу. Поэтому для получения более адекватных результатов лучше всего их представлять интервально, например, как  $x \in [x_{\min}, x_{\max}]$ , или, ещё лучше, в виде утверждений типа « $x$ =близко к 7», то есть в виде термов (значений) лингвистических переменных, описываемых нечёткими множествами.

В настоящей статье на конкретном примере слабоструктурированного динамического ряда рассматриваются некоторые известные нечёткие модели временного ряда, которые отличаются своими правилами фаззификации и/или дефаззификации. От того, насколько эти правила позволяют адекватно описывать слабоструктурированные данные временного ряда посредством нечётких множеств и, соответственно, интерпретировать полученные результаты в традиционной численной манере, зависит достоверность полученных прогнозов. В этой связи предлагается метод точечной оценки нечётких прогнозов, который по сравнению с рассмотренными известными правилами дефаззификации позволяет улучшить качество прогнозирования временного ряда.

## 2. Постановка задачи

При отсутствии адекватной математической модели интеллектуальный анализ временного ряда позволяет выявить достоверную информацию об исследуемом явлении в прошлом. Поэтому объектом нашего исследования будет временной ряд:

$$\{A(k)\}(k = 1 \div t), \quad (1)$$

в котором  $A(k)$  является слабоструктурированной данной или, в нашем представлении, нечётким множеством, характеризуемым кортежем [2]:

$$\{x_j^k / \mu(x_j^k)\}, \mu(x_j^k) \rightarrow [0,1], j = 1 \div J. \quad (2)$$

Нашей задачей является разработка метода дефаззификации для выходов известных нечётких моделей временного ряда, который позволил бы улучшить результаты прогнозирования по сравнению с существующими методиками. С этой целью в качестве базового ряда выберем временной ряд изменения показателя «Маржинальность продаж», отражающий динамику рентабельности компании за период с начала 1988-го года по конец 2-го квартала 2010-го года (табл. 1). Резонно полагать, что представленные в табл. 1 среднестатистические исторические данные в силу ряда объективных и субъективных причин не являются абсолютно достоверными и поэтому их целесообразно рассматривать как слабоструктурированные, то есть в нечёткой интерпретации. Последнее, как показала практика, позволяет более адекватно отнестись к динамике временного ряда и, соответственно, к его прогнозированию.

Таблица 1. Временной ряд показателя «Маржинальность продаж»

Год, квартал	Показатель	Год, квартал	Показатель	Год, квартал	Показатель	Год, квартал	Показатель
1988, I	15,024	1993, IV	11,988	1999, III	13,186	2005, II	12,902
1988, II	13,514	1994, I	12,284	1999, IV	15,211	2005, III	13,606

Продолж. табл. 1

1988, III	11,637	1994, II	11,761	2000, I	17,030	2005, IV	14,401
1988, IV	11,691	1994, III	9,620	2000, II	16,012	2006, I	15,803
1989, I	12,651	1994, IV	9,595	2000, III	16,202	2006, II	15,704
1989, II	13,973	1995, I	8,169	2000, IV	15,320	2006, III	15,297
1989, III	12,777	1995, II	8,837	2001, I	16,450	2006, IV	14,497
1989, IV	11,005	1995, III	8,712	2001, II	14,298	2007, I	14,598
1990, I	12,137	1995, IV	11,012	2001, III	13,495	2007, II	15,701
1990, II	13,096	1996, I	11,044	2001, IV	13,920	2007, III	14,773
1990, III	13,183	1996, II	10,701	2002, I	15,045	2007, IV	13,313
1990, IV	13,441	1996, III	10,685	2002, II	13,862	2008, I	14,403
1991, I	13,748	1996, IV	10,332	2002, III	13,188	2008, II	14,708
1991, II	14,091	1997, I	10,911	2002, IV	13,183	2008, III	16,432
1991, III	14,123	1997, II	12,111	2003, I	12,611	2008, IV	15,825
1991, IV	16,186	1997, III	12,183	2003, II	12,734	2009, I	14,911
1992, I	14,633	1997, IV	12,085	2003, III	12,937	2009, II	13,951
1992, II	12,848	1998, I	11,684	2003, IV	12,870	2009, III	14,197
1992, III	13,379	1998, II	12,158	2004, I	13,406	2009, IV	13,421
1992, IV	13,987	1998, III	13,455	2004, II	12,794	2010, I	12,619
1993, I	13,336	1998, IV	13,787	2004, III	13,100	2010, II	11,736
1993, II	13,071	1999, I	12,570	2004, IV	13,600		
1993, III	12,113	1999, II	12,096	2005, I	13,096		

### 3. Прогнозирование нечёткого временного ряда на основе алгоритма Поулсена

Проблемой прогнозирования нечётких временных рядов активно занимаются на протяжении двух последних десятилетий. Среди многочисленных публикаций в этой области в первую очередь следует отметить работы К.Сонга и Б.Чиссома [3–5], Н.Кумара и др. [6], а также С.Чена [7, 8], К.Ченга и др. [9]. При этом большинство подходов к прогнозированию нечётких временных рядов предусматривают последовательное выполнение следующих процедур: 1) определение универсума в виде покрытия диапазона данных временного ряда; 2) фаззификация «исторических данных»; 3) выявление внутренних связей и их локализация; 4) нахождение нечётких выходов (прогнозов) и их дефаззификация.

Одним из наиболее адекватных подходов к нечеткому моделированию и прогнозированию слабоструктурированных временных рядов является алгоритм Поулсена [10], который предусматривает выполнение следующих шагов.

*Шаг 1:* определение универсума в виде покрытия диапазона данных временного ряда. Для определения ширины покрытия  $U$  для данных временного ряда используются следующие стандартные показатели:  $AD$  – среднее расстояние между двумя последовательными числами ряда и  $\sigma_{AD}$  – соответствующее ему среднеквадратичное отклонение, которое вычисляется соответственно как

$$AD = \frac{1}{t-1} \sum_{k=1}^{t-1} |x_k - x_{k+1}|, \quad (3)$$

$$\sigma_{AD} = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{k=1}^t (\bar{x}_k - AD)^2}, \quad (4)$$

где  $\bar{x}_k = |x_k - x_{k+1}|$  [10].

Само покрытие определяется как  $U = [x_{\min} - AD_R, x_{\max} + AD_R]$ , где  $AD_R$  является скорректированным значением показателя среднего отклонения данных;  $x_{\min}$  является минимальным, а  $x_{\max}$  является соответственно максимальным значением данных временного ряда. В частности, для нашего временного ряда, где  $t=91$ , имеем  $x_{\min}=8,169$ ,  $x_{\max}=17,031$ . Чтобы найти нижнюю ( $LB$ ) и верхнюю ( $UB$ ) границы покрытия  $U$  вначале необходимо вычислить соответствующие значения показателей (3) и (4). В нашем случае это  $AD=0,7751$  и  $\sigma_{AD}=0,5923$ . Далее выбирается минимальное значение среди отклонений в последовательных данных временного ряда, удовлетворяющих условию:

$$0,7751 - 0,5923 \leq \bar{x}_k \leq 0,7751 + 0,5923 \quad (k = 1 \div t - 1).$$

В нашем случае это  $\bar{x}_{50} = 0,19$ . Тогда нижнюю и верхнюю границы покрытия  $U$  определяют соответственно, как:  $LB=8,169-0,19=7,979$ ,  $UB=17,031+0,19=17,221$ . Таким образом, искомым покрытием будет отрезок  $U=[7,979; 17,221]$ , длина которого вычисляется как разность между нижней и верхней границами:  $D=UB-LB=17,221-7,979=9,242$ .

Наконец, число интервалов, на которые необходимо разбить покрытие, вычисляется по адаптированной формуле:

$$n = \frac{D - \bar{x}_{50}}{2 \cdot \bar{x}_{50}} = \frac{9,242 - 0,19}{2 \cdot 0,19} = 23,8211 \approx 24.$$

*Шаг 2:* построение нечётких подмножеств универсума  $U$ . После определения универсума  $U$  строятся его нечёткие подмножества с трапецидальными функциями принадлежности вида

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2, \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3, \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & a_3 \leq x \leq a_4, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (5)$$

Для нахождения параметров  $a_j$  ( $j = 1 \div 4$ ) для каждой трапецидальной функции принадлежности используются «ключевые» точки разбиения универсума на 24 интервала. В частности, первая и вторая функции принадлежности выглядят так, как это показано на рис. 1.

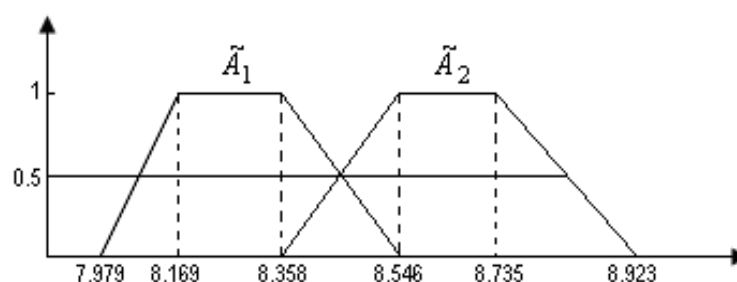


Рис. 1. Трапецидальные функции принадлежности

Построенные в подобной манере нечёткие множества представлены в табл. 2.

Таблица 2. Нечёткие множества, описывающие исторические данные временного ряда

Нечёткое множество	Параметры функции принадлежности				Нечёткое множество	Параметры функции принадлежности			
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$		$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
$A_1$	7,979	8,169	8,358	8,546	$A_{13}$	12,506	12,694	12,883	13,072
$A_2$	8,358	8,546	8,735	8,923	$A_{14}$	12,883	13,072	13,260	13,449
$A_3$	8,735	8,923	9,112	9,300	$A_{15}$	13,260	13,449	13,637	13,826
$A_4$	9,112	9,300	9,489	9,677	$A_{16}$	13,637	13,826	14,014	14,203
$A_5$	9,489	9,677	9,866	10,055	$A_{17}$	14,014	14,203	14,391	14,580
$A_6$	9,866	10,055	10,243	10,432	$A_{18}$	14,391	14,580	14,769	14,957
$A_7$	10,243	10,432	10,620	10,809	$A_{19}$	14,769	14,957	15,146	15,334
$A_8$	10,620	10,809	10,997	11,186	$A_{20}$	15,146	15,334	15,523	15,711
$A_9$	10,997	11,186	11,375	11,563	$A_{21}$	15,523	15,711	15,900	16,089
$A_{10}$	11,375	11,563	11,752	11,940	$A_{22}$	15,900	16,089	16,277	16,466
$A_{11}$	11,752	11,940	12,129	12,317	$A_{23}$	16,277	16,466	16,654	16,843
$A_{12}$	12,129	12,317	12,506	12,694	$A_{24}$	16,654	16,843	17,031	17,221

*Шаг 3:* фаззификация данных временного ряда. В процессе фаззификации временного ряда для каждой его исторической данной в качестве аналога выбирается такое нечёткое множество, чтобы значение его трапецидальной функции принадлежности от этой данной по сравнению с остальными имело бы наибольшее значение. Результаты фаззификации временного ряда представлены в табл. 3.

Таблица 3. Фаззификация исторических данных временного ряда

Год, квартал	Показатель	Нечёткий аналог	Год, квартал	Показатель	Нечёткий аналог	Год, квартал	Показатель	Нечёткий аналог
1988, I	15,024	$A_{19}$	1995, III	8,712	$A_2$	2003, I	12,611	$A_{13}$
1988, II	13,514	$A_{15}$	1995, IV	11,012	$A_8$	2003, II	12,734	$A_{13}$
1988, III	11,637	$A_{10}$	1996, I	11,044	$A_8$	2003, III	12,937	$A_{13}$
1988, IV	11,691	$A_{10}$	1996, II	10,701	$A_7$	2003, IV	12,870	$A_{13}$
1989, I	12,651	$A_{13}$	1996, III	10,685	$A_7$	2004, I	13,406	$A_{15}$
1989, II	13,973	$A_{16}$	1996, IV	10,332	$A_6$	2004, II	12,794	$A_{13}$
1989, III	12,777	$A_{13}$	1997, I	10,911	$A_8$	2004, III	13,100	$A_{14}$
1989, IV	11,005	$A_8$	1997, II	12,111	$A_{11}$	2004, IV	13,600	$A_{15}$
1990, I	12,137	$A_{11}$	1997, III	12,183	$A_{11}$	2005, I	13,096	$A_{14}$
1990, II	13,096	$A_{14}$	1997, IV	12,085	$A_{11}$	2005, II	12,902	$A_{13}$
1990, III	13,183	$A_{14}$	1998, I	11,684	$A_{10}$	2005, III	13,606	$A_{15}$
1990, IV	13,441	$A_{15}$	1998, II	12,158	$A_{11}$	2005, IV	14,401	$A_{17}$
1991, I	13,748	$A_{16}$	1998, III	13,455	$A_{15}$	2006, I	15,803	$A_{21}$
1991, II	14,091	$A_{16}$	1998, IV	13,787	$A_{16}$	2006, II	15,704	$A_{21}$
1991, III	14,123	$A_{17}$	1999, I	12,570	$A_{12}$	2006, III	15,297	$A_{20}$
1991, IV	16,186	$A_{20}$	1999, II	12,096	$A_{11}$	2006, IV	14,497	$A_{18}$
1992, I	14,633	$A_{18}$	1999, III	13,186	$A_{14}$	2007, I	14,598	$A_{18}$
1992, II	12,848	$A_{13}$	1999, IV	15,211	$A_{19}$	2007, II	15,701	$A_{21}$
1992, III	13,379	$A_{15}$	2000, I	17,030	$A_{24}$	2007, III	14,773	$A_{18}$
1992, IV	13,987	$A_{16}$	2000, II	16,012	$A_{22}$	2007, IV	13,313	$A_{14}$
1993, I	13,336	$A_{14}$	2000, III	16,202	$A_{22}$	2008, I	14,403	$A_{17}$
1993, II	13,071	$A_{14}$	2000, IV	15,320	$A_{20}$	2008, II	14,708	$A_{18}$
1993, III	12,113	$A_{11}$	2001, I	16,450	$A_{23}$	2008, III	16,432	$A_{23}$
1993, IV	11,988	$A_{11}$	2001, II	14,298	$A_{17}$	2008, IV	15,825	$A_{21}$

1994, I	12,284	$A_{12}$	2001, III	13,495	$A_{15}$	2009, I	14,911	$A_{19}$
1994, II	11,761	$A_{10}$	2001, IV	13,920	$A_{16}$	2009, II	13,951	$A_{16}$
1994, III	9,620	$A_5$	2002, I	15,045	$A_{19}$	2009, III	14,197	$A_{17}$
1994, IV	9,595	$A_5$	2002, II	13,862	$A_{16}$	2009, IV	13,421	$A_{15}$
1995, I	8,169	$A_1$	2002, III	13,188	$A_{14}$	2010, I	12,619	$A_{13}$
1995, II	8,837	$A_3$	2002, IV	13,183	$A_{14}$	2010, II	11,736	$A_{10}$

Шаг 4: выявление внутренних нечётких отношений и разбиение их на группы.

Таблица 4. Нечёткие связи первого порядка

$A_1 \rightarrow A_3$	$A_8 \rightarrow A_8$	$A_{11} \rightarrow A_{10}$	$A_{13} \rightarrow A_{10}$	$A_{15} \rightarrow A_{13}$	$A_{17} \rightarrow A_{20}$	$A_{19} \rightarrow A_{15}$	$A_{22} \rightarrow A_{22}$
$A_2 \rightarrow A_8$	$A_8 \rightarrow A_7$	$A_{11} \rightarrow A_{15}$	$A_{14} \rightarrow A_{14}$	$A_{15} \rightarrow A_{14}$	$A_{17} \rightarrow A_{15}$	$A_{19} \rightarrow A_{24}$	$A_{22} \rightarrow A_{20}$
$A_3 \rightarrow A_2$	$A_{10} \rightarrow A_{10}$	$A_{12} \rightarrow A_{10}$	$A_{14} \rightarrow A_{15}$	$A_{15} \rightarrow A_{17}$	$A_{17} \rightarrow A_{21}$	$A_{19} \rightarrow A_{16}$	$A_{23} \rightarrow A_{17}$
$A_5 \rightarrow A_5$	$A_{10} \rightarrow A_{13}$	$A_{12} \rightarrow A_{11}$	$A_{14} \rightarrow A_{11}$	$A_{16} \rightarrow A_{13}$	$A_{17} \rightarrow A_{18}$	$A_{20} \rightarrow A_{18}$	$A_{23} \rightarrow A_{21}$
$A_5 \rightarrow A_1$	$A_{10} \rightarrow A_5$	$A_{13} \rightarrow A_{16}$	$A_{14} \rightarrow A_{19}$	$A_{16} \rightarrow A_{16}$	$A_{18} \rightarrow A_{13}$	$A_{20} \rightarrow A_{23}$	$A_{24} \rightarrow A_{22}$
$A_6 \rightarrow A_8$	$A_{10} \rightarrow A_{11}$	$A_{13} \rightarrow A_8$	$A_{14} \rightarrow A_{13}$	$A_{16} \rightarrow A_{17}$	$A_{18} \rightarrow A_{18}$	$A_{21} \rightarrow A_{21}$	
$A_7 \rightarrow A_7$	$A_{11} \rightarrow A_{14}$	$A_{13} \rightarrow A_{15}$	$A_{14} \rightarrow A_{17}$	$A_{16} \rightarrow A_{14}$	$A_{18} \rightarrow A_{21}$	$A_{21} \rightarrow A_{20}$	
$A_7 \rightarrow A_6$	$A_{11} \rightarrow A_{11}$	$A_{13} \rightarrow A_{13}$	$A_{15} \rightarrow A_{10}$	$A_{16} \rightarrow A_{12}$	$A_{18} \rightarrow A_{14}$	$A_{21} \rightarrow A_{18}$	
$A_8 \rightarrow A_{11}$	$A_{11} \rightarrow A_{12}$	$A_{13} \rightarrow A_{14}$	$A_{15} \rightarrow A_{16}$	$A_{16} \rightarrow A_{19}$	$A_{18} \rightarrow A_{23}$	$A_{21} \rightarrow A_{19}$	

Таблица 5. Нечёткие связи второго порядка

$A_1,$ $A_3 \rightarrow A_2$	$A_8,$ $A_7 \rightarrow A_7$	$A_{11},$ $A_{12} \rightarrow A_{10}$	$A_{13},$ $A_{14} \rightarrow A_{15}$	$A_{15},$ $A_{10} \rightarrow A_{10}$	$A_{16},$ $A_{17} \rightarrow A_{20}$	$A_{18},$ $A_{18} \rightarrow A_{21}$	$A_{21},$ $A_{21} \rightarrow A_{20}$
$A_2,$ $A_8 \rightarrow A_8$	$A_{10},$ $A_{10} \rightarrow A_{13}$	$A_{11},$ $A_{15} \rightarrow A_{16}$	$A_{14},$ $A_{14} \rightarrow A_{15}$	$A_{15},$ $A_{16} \rightarrow A_{16}$	$A_{16},$ $A_{17} \rightarrow A_{15}$	$A_{18},$ $A_{21} \rightarrow A_{18}$	$A_{21}, 20 \rightarrow A_{18}$
$A_3,$ $A_2 \rightarrow A_8$	$A_{10},$ $A_{13} \rightarrow A_{16}$	$A_{12},$ $A_{10} \rightarrow A_5$	$A_{14},$ $A_{14} \rightarrow A_{11}$	$A_{15},$ $A_{16} \rightarrow A_{12}$	$A_{16},$ $A_{14} \rightarrow A_{14}$	$A_{18},$ $A_{14} \rightarrow A_{17}$	$A_{21}, A_{18} \rightarrow A_{14}$
$A_5,$ $A_5 \rightarrow A_1$	$A_{10},$ $A_5 \rightarrow A_5$	$A_{12},$ $A_{11} \rightarrow A_{14}$	$A_{14},$ $A_{14} \rightarrow A_{13}$	$A_{15},$ $A_{16} \rightarrow A_{19}$	$A_{16},$ $A_{12} \rightarrow A_{11}$	$A_{18},$ $A_{23} \rightarrow A_{21}$	$A_{21},$ $A_{19} \rightarrow A_{16}$
$A_5,$ $A_1 \rightarrow A_3$	$A_{10},$ $A_{11} \rightarrow A_{15}$	$A_{13},$ $A_{16} \rightarrow A_{13}$	$A_{14},$ $A_{15} \rightarrow A_{16}$	$A_{15},$ $A_{16} \rightarrow A_{14}$	$A_{16},$ $A_{19} \rightarrow A_{16}$	$A_{19},$ $A_{15} \rightarrow A_{10}$	$A_{22}, 22 \rightarrow A_{20}$
$A_6,$ $A_8 \rightarrow A_{11}$	$A_{11},$ $A_{14} \rightarrow A_{14}$	$A_{13},$ $A_8 \rightarrow A_{11}$	$A_{14},$ $A_{15} \rightarrow A_{14}$	$A_{15},$ $A_{13} \rightarrow A_{14}$	$A_{17},$ $A_{20} \rightarrow A_{18}$	$A_{19},$ $A_{24} \rightarrow A_{22}$	$A_{22}, 20 \rightarrow A_{23}$
$A_7,$ $A_7 \rightarrow A_6$	$A_{11},$ $A_{14} \rightarrow A_{19}$	$A_{13},$ $A_{15} \rightarrow A_{16}$	$A_{14},$ $A_{11} \rightarrow A_{11}$	$A_{15},$ $A_{13} \rightarrow A_{10}$	$A_{17},$ $A_{15} \rightarrow A_{16}$	$A_{19},$ $A_{16} \rightarrow A_{14}$	$A_{23}, 17 \rightarrow A_{15}$
$A_7,$ $A_6 \rightarrow A_8$	$A_{11},$ $A_{11} \rightarrow A_{12}$	$A_{13},$ $A_{15} \rightarrow A_{17}$	$A_{14},$ $A_{19} \rightarrow A_{24}$	$A_{15},$ $A_{14} \rightarrow A_{13}$	$A_{17},$ $A_{15} \rightarrow A_{13}$	$A_{19},$ $A_{16} \rightarrow A_{17}$	$A_{23}, 21 \rightarrow A_{19}$
$A_8,$ $A_{11} \rightarrow A_{11}$	$A_{11},$ $A_{11} \rightarrow A_{11}$	$A_{13},$ $A_{13} \rightarrow A_{13}$	$A_{14},$ $A_{13} \rightarrow A_{13}$	$A_{15},$ $A_{17} \rightarrow A_{21}$	$A_{17},$ $A_{21} \rightarrow A_{21}$	$A_{20},$ $A_{18} \rightarrow A_{13}$	$A_{24},$ $A_{22} \rightarrow A_{22}$
$A_8,$ $_{11} \rightarrow A_{14}$	$A_{11},$ $A_{11} \rightarrow A_{10}$	$A_{13},$ $A_{13} \rightarrow A_{15}$	$A_{14},$ $A_{13} \rightarrow A_{15}$	$A_{16},$ $A_{13} \rightarrow A_8$	$A_{17},$ $A_{18} \rightarrow A_{23}$	$A_{20},$ $A_{18} \rightarrow A_{18}$	
$A_8,$ $A_8 \rightarrow A_7$	$A_{11},$ $A_{10} \rightarrow A_{11}$	$A_{13},$ $A_{15} \rightarrow A_{13}$	$A_{14},$ $A_{17} \rightarrow A_{18}$	$A_{16},$ $A_{16} \rightarrow A_{17}$	$A_{18},$ $A_{13} \rightarrow A_{15}$	$A_{20},$ $A_{23} \rightarrow A_{17}$	

Нечёткие связи внутри временного ряда сгруппируем по следующему принципу: если нечёткое множество  $A_{12}$  связано, например, последовательно с  $A_{10}$  и  $A_{11}$ , то относительно этого множества формируется локальная группа связей 1-го порядка:  $A_{12} \rightarrow A_{10}, A_{11}$ . Связи 2-го порядка группируются аналогичным образом. Подобные группы нечётких отношений 1-го и 2-го порядков представлены соответственно в табл. 6 и 7.

Таблица 6. Группы нечётких связей 1-го порядка

Группа 1: $A_1 \rightarrow A_3$	Группа 9: $A_{11} \rightarrow A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{14}, A_{15}$	Группа 17: $A_{19} \rightarrow A_{15}, A_{16}, A_{24}$
Группа 2: $A_2 \rightarrow A_8$	Группа 10: $A_{12} \rightarrow A_{10}, A_{11}$	Группа 18: $A_{20} \rightarrow A_{18}, A_{23}$
Группа 3: $A_3 \rightarrow A_2$	Группа 11: $A_{13} \rightarrow A_8, A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}$	Группа 19: $A_{21} \rightarrow A_{18}, A_{19}, A_{20}, A_{21}$
Группа 4: $A_5 \rightarrow A_1, A_5$	Группа 12: $A_{14} \rightarrow A_{11}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{17}, A_{19}$	Группа 20: $A_{22} \rightarrow A_{20}, A_{22}$
Группа 5: $A_6 \rightarrow A_8$	Группа 13: $A_{15} \rightarrow A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{16}, A_{17}$	Группа 21: $A_{23} \rightarrow A_{17}, A_{21}$
Группа 6: $A_7 \rightarrow A_6, A_7$	Группа 14: $A_{16} \rightarrow A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{16}, A_{17}, A_{19}$	Группа 22: $A_{24} \rightarrow A_{22}$
Группа 7: $A_8 \rightarrow A_7, A_8, A_{11}$	Группа 15: $A_{17} \rightarrow A_{15}, A_{18}, A_{20}, A_{21}$	
Группа 8: $A_{10} \rightarrow A_5, A_{10}, A_{11}, A_{13}$	Группа 16: $A_{18} \rightarrow A_{13}, A_{14}, A_{18}, A_{21}, A_{23}$	

Таблица 7. Группы нечётких связей 2-го порядка

Группа 1: $A_1, A_3 \rightarrow A_2$	Группа 24: $A_{13}, A_{13} \rightarrow A_{15}, A_{13}$	Группа 47: $A_{17}, A_{20} \rightarrow A_{18}$
Группа 2: $A_2, A_8 \rightarrow A_8$	Группа 25: $A_{13}, A_{14} \rightarrow A_{15}$	Группа 48: $A_{17}, A_{21} \rightarrow A_{21}$
Группа 3: $A_3, A_2 \rightarrow A_8$	Группа 26: $A_{13}, A_{15} \rightarrow A_{13}, A_{16}, A_{17}$	Группа 49: $A_{18}, A_{13} \rightarrow A_{15}$
Группа 4: $A_5, A_1 \rightarrow A_3$	Группа 27: $A_{13}, A_{16} \rightarrow A_{13}$	Группа 50: $A_{18}, A_{14} \rightarrow A_{17}$
Группа 5: $A_5, A_5 \rightarrow A_1$	Группа 28: $A_{14}, A_{11} \rightarrow A_{11}$	Группа 51: $A_{18}, A_{18} \rightarrow A_{21}$
Группа 6: $A_6, A_8 \rightarrow A_{11}$	Группа 29: $A_{14}, A_{13} \rightarrow A_{13}, A_{15}$	Группа 52: $A_{18}, A_{21} \rightarrow A_{18}$
Группа 7: $A_7, A_6 \rightarrow A_8$	Группа 30: $A_{14}, A_{14} \rightarrow A_{11}, A_{13}, A_{15}$	Группа 53: $A_{18}, A_{23} \rightarrow A_{21}$
Группа 8: $A_7, A_7 \rightarrow A_6$	Группа 31: $A_{14}, A_{15} \rightarrow A_{14}, A_{16}$	Группа 54: $A_{19}, A_{15} \rightarrow A_{10}$
Группа 9: $A_8, A_7 \rightarrow A_7$	Группа 32: $A_{14}, A_{17} \rightarrow A_{18}$	Группа 55: $A_{19}, A_{16} \rightarrow A_{14}, A_{17}$
Группа 10: $A_8, A_8 \rightarrow A_7$	Группа 33: $A_{14}, A_{19} \rightarrow A_{24}$	Группа 56: $A_{19}, A_{24} \rightarrow A_{22}$
Группа 11: $A_8, A_{11} \rightarrow A_{11}, A_{14}$	Группа 34: $A_{15}, A_{10} \rightarrow A_{10}$	Группа 57: $A_{20}, A_{18} \rightarrow A_{13}, A_{18}$
Группа 12: $A_{10}, A_5 \rightarrow A_5$	Группа 35: $A_{15}, A_{16} \rightarrow A_{12}, A_{14}, A_{16}, A_{19}$	Группа 58: $A_{20}, A_{23} \rightarrow A_{17}$
Группа 13: $A_{10}, A_{10} \rightarrow A_{13}$	Группа 36: $A_{15}, A_{13} \rightarrow A_{10}, A_{14}$	Группа 59: $A_{21}, A_{18} \rightarrow A_{14}$
Группа 14: $A_{10}, A_{11} \rightarrow A_{15}$	Группа 37: $A_{15}, A_{14} \rightarrow A_{13}$	Группа 60: $A_{21}, A_{19} \rightarrow A_{16}$
Группа 15: $A_{10}, A_{13} \rightarrow A_{16}$	Группа 38: $A_{15}, A_{17} \rightarrow A_{21}$	Группа 61: $A_{21}, A_{20} \rightarrow A_{18}$
Группа 16: $A_{11}, A_{10} \rightarrow A_{11}$	Группа 39: $A_{16}, A_{12} \rightarrow A_{11}$	Группа 62: $A_{21}, A_{21} \rightarrow A_{20}$
Группа 17: $A_{11}, A_{11} \rightarrow A_{10}, A_{11}, A_{12}$	Группа 40: $A_{16}, A_{13} \rightarrow A_8$	Группа 63: $A_{22}, A_{20} \rightarrow A_{23}$
Группа 18: $A_{11}, A_{12} \rightarrow A_{10}$	Группа 41: $A_{16}, A_{14} \rightarrow A_{14}$	Группа 64: $A_{22}, A_{22} \rightarrow A_{20}$
Группа 19: $A_{11}, A_{14} \rightarrow A_{14}, A_{19}$	Группа 42: $A_{16}, A_{16} \rightarrow A_{17}$	Группа 65: $A_{23}, A_{17} \rightarrow A_{15}$
Группа 20: $A_{11}, A_{15} \rightarrow A_{16}$	Группа 43: $A_{16}, A_{17} \rightarrow A_{15}, A_{20}$	Группа 66: $A_{23}, A_{21} \rightarrow A_{19}$
Группа 21: $A_{12}, A_{10} \rightarrow A_5$	Группа 44: $A_{16}, A_{19} \rightarrow A_{16}$	Группа 67: $A_{24}, A_{22} \rightarrow A_{22}$
Группа 22: $A_{12}, A_{11} \rightarrow A_{14}$	Группа 45: $A_{17}, A_{15} \rightarrow A_{13}, A_{16}$	
Группа 23: $A_{13}, A_8 \rightarrow A_{11}$	Группа 46: $A_{17}, A_{18} \rightarrow A_{23}$	

*Шаг 5:* дефаззификация нечётких выходов модели. Для дефаззификации нечётких выходов в алгоритме Поулсена применим правила Чена [7, 8]. В частности, отталкиваясь от нечёткого описания объема маржинальных продаж за II квартал 1995-го года, вычислим его числовой прогноз на следующий III квартал 1995-го года. Нечётким аналогом исторической данной за I квартал 1995-го года является множество  $A_1$ , которое, согласно табл. 5, образует только одну однозначную связь:  $A_1 \rightarrow A_3$ . Поэтому, применяя первое из

указанных правил, получим следующий прогноз:  $9,018=(8,923+9,112)/2$ , Здесь имеется в виду, что  $u_3 = [8,923; 9,112]$  относится к  $A_3$  с наибольшей степенью принадлежности.

Рассмотрим другой случай (на применение 3-го правила Чена [7, 8]): прогнозирование объема маржинальных продаж на II квартал 2001-го года, где отправным предикатом является значение за I квартал того же года, так как нечётким аналогом этого показателя для I квартала 2001-го года является  $A_{23}$ , тогда, согласно табл. 5, имеют место группа нечётких отношений:  $A_{23} \rightarrow A_{17}, A_{21}$  и соответствующие ей интервалы:  $u_{17} = [14,203; 14,391]$ ,  $u_{21} = [15,711; 15,9]$ . В этом случае прогнозом на II квартал 2001-го года будет число:

$$\frac{14,203 + 14,391}{2} + \frac{15,711 + 15,900}{2} = 15,051.$$

Таким образом, руководствуясь правилами дефаззификации Чена [7] для связей 1-го и 2-го порядков, получим соответственно следующие прогнозные результаты<sup>1</sup>.

Таблица 8. Дефаззифицированные выходы модели Поулсена для связей 1-го порядка

Год	Факт, данные	Прогнозные данные	Группы нечётких отношений	Средние точки интервалов
1988, I	15,024		$A_{19} \rightarrow A_{15}, A_{16}, A_{24}$	13,543, 13,920, 16,937
1988, II	13,514	14,800	$A_{15} \rightarrow A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{16}, A_{17}$	11,657, 12,789, 13,166, 13,920, 14,297
1988, III	11,637	13,166	$A_{10} \rightarrow A_5, A_{10}, A_{11}, A_{13}$	9,772, 11,657, 12,034, 12,789
1988, IV	11,691	11,563	$A_{10} \rightarrow A_5, A_{10}, A_{11}, A_{13}$	9,772, 11,657, 12,034, 12,789
1989, I	12,651	11,563	$A_{13} \rightarrow A_8, A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}$	10,903, 11,657, 12,789, 13,166, 13,543, 13,920
1989, II	13,973	12,663	$A_{16} \rightarrow A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{16}, A_{17}, A_{19}$	12,412, 12,789, 13,166, 13,920, 14,297, 15,051
1989, III	12,777	13,606	$A_{13} \rightarrow A_8, A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}$	10,903, 11,657, 12,789, 13,166, 13,543, 13,920
*****				
2010, I	12,619	13,166	$A_{13} \rightarrow A_8, A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}$	10,903, 11,657, 12,789, 13,166, 13,543, 13,920
2010, II	11,736	12,663	$A_{10} \rightarrow A_5, A_{10}, A_{11}, A_{13}$	9,772, 11,657, 12,034, 12,789

Таблица 9. Дефаззифицированные выходы модели Поулсена для связей 2-го порядка

Год	Факт, данные	Прогнозные данные	Группы нечётких отношений	Средние точки интервалов
1988, I	15,024			
1988, II	13,514		$A_{19}, A_{15} \rightarrow A_{10}$	11,657
1988, III	11,637	11,657	$A_{15}, A_{10} \rightarrow A_{10}$	11,657
1988, IV	11,691	11,657	$A_{10}, A_{10} \rightarrow A_{13}$	12,789
1989, I	12,651	12,789	$A_{10}, A_{13} \rightarrow A_{16}$	13,920
1989, II	13,973	13,920	$A_{13}, A_{16} \rightarrow A_{13}$	12,789
1989, III	12,777	12,789	$A_{16}, A_{13} \rightarrow A_8$	10,903
*****				

<sup>1</sup>Из-за громоздкости вычислений здесь приведены только фрагменты результатов прогнозирования. В табл. 12 результаты прогнозирования по Поулсену для связей 1-го и 2-го порядков приведены в полном объёме.



2010, I	12,619	13,355	$A_{15}, A_{13} \rightarrow A_{10}, A_{14}$	11,657, 13,166
2010, II	11,736	12,412	$A_{15}, A_{13} \rightarrow A_{10}, A_{14}$	11,657, 13,166

#### 4. Дефаззификация выходов модели Поулсена методом точечной оценки нечётких множеств

Дефаззификация нечётких выходов является ключевым шагом в процессе прогнозирования нечёткого временного ряда, от которой в немалой степени зависит достоверность прогнозирования в обычных числах. Многие правила, используемые при дефаззификации нечётких прогнозов, используют усредненные значения составных интервалов разбиения универсума, покрывающего диапазон данных временного ряда. В настоящем разделе предлагается использовать метод точечной оценки нечётких прогнозов, суть которого состоит в следующем.

Предположим, что нечёткое подмножество  $A_i$  универсума  $U (A_i \subset U)$  является нечётким прогнозом, полученным в результате применения одной из рассмотренных выше моделей. Как правило, это множество консолидирует в себе два и более элементарных нечётких множества из списка множеств, описывающих исторические данные рассматриваемого временного ряда. Так, например, согласно алгоритму Поулсена, нечётким прогнозом на II квартал 1988-го года является группа нечётких отношений первого порядка:  $A_{19} \rightarrow A_{15}, A_{16}, A_{24}$ . В нотации механизма нечёткого вывода это означает: «если предикатом является  $A_{19}$ , тогда прогноз будет  $A_{15}$  или  $A_{16}$ , или  $A_{24}$ ». Учитывая наличие в правой части данного правила оператора «ИЛИ», функция принадлежности для нее определяется как  $\mu_{A_{1988,II}}(u) = \mu_{A_{15} \cup A_{16} \cup A_{24}}(u) = \max\{\mu_{A_{15}}(u), \mu_{A_{16}}(u), \mu_{A_{24}}(u)\}$ . Здесь в качестве функций принадлежности мы будем использовать следующую трапецидальную функцию:

$$\mu_{A_k}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_{1k}}{a_{2k} - a_{1k}}, & a_{1k} \leq x \leq a_{2k}, \\ 1, & a_{2k} \leq x \leq a_{3k}, \\ \frac{a_{4k} - x}{a_{4k} - a_{3k}}, & a_{3k} \leq x \leq a_{4k}, \\ 0, & otherwise, \end{cases} \quad (6)$$

которая восстанавливает  $k$ -ый нечёткий аналог  $A_k (k = 1 \div 24)$  соответствующей слабоструктурированной данной временного ряда.

Для точечной оценки нечёткого прогноза определим  $\alpha$ -уровневые множества ( $\alpha \in [0; 1]$ ) в виде  $A_\alpha = \{i \mid \mu_{A_i}(i) \geq \alpha, i \in I\}$ , где  $I$  – конечная совокупность чисел от  $U_{\min}$  до  $U_{\max}$ , составляющих арифметическую прогрессию. Далее для каждого уровня множества определим его мощность  $M(A_\alpha)$  по формуле [11, 12]:

$$M(A_\alpha) = \sum_{j=1}^n \frac{i_j}{n}, \quad i \in C_\alpha. \quad (7)$$

В итоге точечная оценка нечёткого множества  $A_i$  вычисляется из равенства

$$F(\tilde{A}) = \frac{1}{\alpha_{\max}} \int_0^{\alpha_{\max}} M(A_\alpha) d\alpha, \quad (8)$$

где  $\alpha_{\max}$  – максимальное значение на  $A_i$ .

Сформулированный метод точечной оценки применим к нечётким выходам модели Поулсена, которые в большинстве случаев представляют собой объединение нескольких элементарных нечётких множеств из перечня  $\{A_k\} (k=1 \div 24)$ . Для построения этих множеств в качестве опорного вектора выберем подходящую совокупность чисел из универсума  $U = [7,979; 17,221]$ . Пусть это будет набор из 51-го числа, изменяющихся от 7,979 до 17,221 с шагом 0,185:

$C = \{7,9790, 8,164, 8,349, 8,534, 8,718, 8,903, 9,088, 9,273, 9,458, 9,643, 9,827, 10,012, 10,197, 10,382, 10,567, 10,752, 10,936, 11,121, 11,306, 11,491, 11,676, 11,861, 12,045, 12,230, 12,415, 12,600, 12,785, 12,970, 13,155, 13,339, 13,524, 13,709, 13,894, 14,079, 14,264, 14,448, 14,633, 14,818, 15,003, 15,188, 15,373, 15,557, 15,742, 15,927, 16,112, 16,297, 16,482, 16,666, 16,851, 17,036, 17,221\}$ .

В качестве примера выберем нечёткий вывод модели Поулсена на II квартал 1988-го года ( $A_{1988,II}$ ), являющийся объединением нечётких множеств  $A_{15}$ ,  $A_{16}$  и  $A_{24}$  (см. табл. б). Восстанавливая эти множества с помощью соответствующих трапецеидальных функций принадлежности вида (6) на базе опорного вектора  $C$ , получим следующую интерпретацию нечёткого множества  $A_{1988,II}$ :

$$\begin{aligned} A_{1988,II} = & \frac{0}{7,979} + \frac{0}{8,164} + \frac{0}{8,349} + \frac{0}{8,534} + \frac{0}{8,718} + \frac{0}{8,903} + \frac{0}{9,088} + \frac{0}{9,273} + \frac{0}{9,458} + \frac{0}{9,643} + \\ & + \frac{0}{9,827} + \frac{0}{10,012} + \frac{0}{10,197} + \frac{0}{10,382} + \frac{0}{10,567} + \frac{0}{10,752} + \frac{0}{10,936} + \frac{0}{11,121} + \frac{0}{11,306} + \\ & + \frac{0}{11,491} + \frac{0}{11,676} + \frac{0}{11,861} + \frac{0}{12,045} + \frac{0}{12,230} + \frac{0}{12,415} + \frac{0}{12,600} + \frac{0}{12,785} + \frac{0}{12,970} + \\ & + \frac{0}{13,155} + \frac{0,420}{13,339} + \frac{1}{13,524} + \frac{0,619}{13,709} + \frac{1}{13,894} + \frac{0,658}{14,079} + \frac{0}{14,264} + \frac{0}{14,448} + \frac{0}{14,633} + \\ & + \frac{0}{14,818} + \frac{0}{15,003} + \frac{0}{15,188} + \frac{0}{15,373} + \frac{0}{15,557} + \frac{0}{15,742} + \frac{0}{15,927} + \frac{0}{16,112} + \frac{0}{16,297} + \\ & + \frac{0}{16,482} + \frac{0,066}{16,666} + \frac{1}{16,851} + \frac{0,973}{17,036} + \frac{0}{17,221}. \end{aligned}$$

Уровневые множества  $A_\alpha$  и соответствующие им мощности  $M(A_\alpha)$  определим следующим образом [12]:

- для  $0 < \alpha < 0,066$ ,  $d\alpha = 0,066$ ,  $A_\alpha = \{13,339, 13,524, 13,709, 13,894, 14,079, 16,666, 16,851, 17,036\}$ ;  $M(A_\alpha) = 14,888$ ;
- для  $0,066 < \alpha < 0,420$ ,  $d\alpha = 0,354$ ,  $A_\alpha = \{13,339, 13,524, 13,709, 13,894, 14,079, 16,851, 17,036\}$ ;  $M(A_\alpha) = 14,633$ ;
- для  $0,420 < \alpha < 0,619$ ,  $d\alpha = 0,199$ ,  $A_\alpha = \{13,524, 13,709, 13,894, 14,079, 16,851, 17,036\}$ ;  $M(A_\alpha) = 14,849$ ;

• для  $0,619 < \alpha < 0,658$ ,  $d\alpha = 0,039$ ,  $A_\alpha = \{13,524, 13,894, 14,079, 16,851, 17,036\}$ ;  
 $M(A_\alpha) = 15,077$ ;

• для  $0,658 < \alpha < 0,973$ ,  $d\alpha = 0,315$ ,  $A_\alpha = \{13,524, 13,894, 16,851, 17,036\}$ ;  $M(A_\alpha) = 15,326$ ;

• для  $0,973 < \alpha < 1$ ,  $d\alpha = 0,027$ ,  $A_\alpha = \{13,524, 13,894, 16,851\}$ ;  $M(A_\alpha) = 14,757$ .

При этих данных, согласно (11), точечной оценкой нечёткого прогноза  $A_{1988,II}$  будет

$$F(\tilde{A}_{1988,II}) = \frac{1}{1} \int_0^1 M(A_\alpha) d\alpha = \frac{1}{1} (0,066 \cdot 14,888 + 0,3539 \cdot 14,633 + \\ + 0,199 \cdot 14,849 + 0,039 \cdot 15,077 + 0,315 \cdot 15,326 + 0,027 \cdot 14,757) = 14,932.$$

Таким образом, применив процедуру точечной оценки нечётких множеств к выходам модели Пуулсена индуцированными связями 1-го и 2-го порядков, получим соответствующие искомые прогнозы (табл. 10 и 11)<sup>2</sup>.

Таблица 10. Точечная оценка нечётких выходов модели Пуулсена для связей 1-го порядка

Год, квартал	Факт, данные	Группы нечётких отношений 1-го порядка	Точечная оценка нечётких выходов	Год, квартал	Факт, данные	Группы нечётких отношений 1-го порядка	Точечная оценка нечётких выходов
1988, I	15,024	$A_{19} \rightarrow A_{15}, A_{16}, A_{24}$		1999, II	12,096	$A_{11} \rightarrow A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{14}, A_{15}$	11,845
1988, II	13,514	$A_{15} \rightarrow A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{16}, A_{17}$	14,932	1999, III	13,186	$A_{14} \rightarrow A_{11}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{17}, A_{19}$	12,573
1988, III	11,637	$A_{10} \rightarrow A_5, A_{10}, A_{11}, A_{13}$	13,158	1999, IV	15,211	$A_{19} \rightarrow A_{15}, A_{16}, A_{24}$	13,523
1988, IV	11,691	$A_{10} \rightarrow A_5, A_{10}, A_{11}, A_{13}$	11,509	2000, I	17,030	$A_{24} \rightarrow A_{22}$	14,932
1989, I	12,651	$A_{13} \rightarrow A_8, A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}$	11,509	2000, II	16,012	$A_{22} \rightarrow A_{20}, A_{22}$	16,181
1989, II	13,973	$A_{16} \rightarrow A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{16}, A_{17}, A_{19}$	12,601	2000, III	16,202	$A_{22} \rightarrow A_{20}, A_{22}$	15,809
1989, III	12,777	$A_{13} \rightarrow A_8, A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}$	13,671	2000, IV	15,320	$A_{20} \rightarrow A_{18}, A_{23}$	15,809
.....							
1998, IV	13,787	$A_{16} \rightarrow A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{16}, A_{17}, A_{19}$	13,158	2010, I	12,619	$A_{13} \rightarrow A_8, A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{15}, A_{16}$	13,158
1999, I	12,570	$A_{12} \rightarrow A_{10}, A_{11}$	13,671	2010, II	11,736	$A_{10} \rightarrow A_5, A_{10}, A_{11}, A_{13}$	12,601

<sup>2</sup> Как и в предыдущем случае, здесь приведены только фрагменты результатов прогнозирования. Ниже в табл. 12 результаты прогнозирования с применением точечной оценки выходов модели Пуулсена для связей 1-го и 2-го порядков приведены в полном объёме.

Таблица 11. Точечная оценка нечётких выходов модели Поулсена для связей 2-го порядка

Год, квартал	Факт, данные	Группы нечётких отношений второго порядка	Точечная оценка нечётких выходов	Год	Факт, данные	Группы нечётких отношений второго порядка	Точечная оценка нечётких выходов
1988, I	15,024			1999, II	12,096	$A_{12}, A_{11} \rightarrow A_{14}$	12,035
1988, II	13,514	$A_{19}, A_{15} \rightarrow A_{10}$		1999, III	13,186	$A_{11}, A_{14} \rightarrow A_{14}, A_{19}$	13,166
1988, III	11,637	$A_{15}, A_{10} \rightarrow A_{10}$	11,658	1999, IV	15,211	$A_{14}, A_{19} \rightarrow A_{24}$	14,134
1988, IV	11,691	$A_{10}, A_{10} \rightarrow A_{13}$	11,658	2000, I	17,030	$A_{19}, A_{24} \rightarrow A_{22}$	17,035
1989, I	12,651	$A_{10}, A_{13} \rightarrow A_{16}$	12,789	2000, II	16,012	$A_{24}, A_{22} \rightarrow A_{22}$	16,181
1989, II	13,973	$A_{13}, A_{16} \rightarrow A_{13}$	13,919	2000, III	16,202	$A_{22}, A_{22} \rightarrow A_{20}$	16,181
1989, III	12,777	$A_{16}, A_{13} \rightarrow A_8$	12,789	2000, IV	15,320	$A_{22}, A_{20} \rightarrow A_{23}$	15,428
*****							
1998, IV	13,787	$A_{15}, A_{16} \rightarrow A_{12}, A_{14}, A_{16}, A_{19}$	13,919	2010, I	12,619	$A_{15}, A_{13} \rightarrow A_{10}, A_{14}$	13,355
1999, I	12,570	$A_{16}, A_{12} \rightarrow A_{11}$	13,667	2010, II	11,736	$A_{15}, A_{13} \rightarrow A_{10}, A_{14}$	12,408

### 5. Сравнение результатов прогнозирования

Для сравнения рассмотренных подходов к прогнозированию слабоструктурированных временных рядов на основе выбранного временного ряда «Маржинальность продаж» воспользуемся статистическими критериями оценки, а именно: средней абсолютной ошибкой, выраженной в процентах (*MAPE* – Mean Absolute Percentage Error):

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{|forecast_j - actual_j|}{actual_j} \times 100, \quad (9)$$

и среднеквадратичным отклонением (*MSE* – Mean Squared Error):

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (forecast_j - actual_j)^2. \quad (10)$$

Результаты сравнения приведены в следующей таблице.

Таблица 12. Сравнение результатов прогнозирования

Год, квартал	Факт, данные	Модель Чена при наличии связей		Модель Сонга-Чиссома	Модель Поулсена при наличии связей		Дефаззификация нечётких выходов модели Поулсена методом точечной оценки при наличии связей	
		1-го порядка	2-го порядка		1-го порядка	2-го порядка	1-го порядка	2-го порядка
1988, I	15,024							
1988, II	13,514	14,500		14,500	14,800		14,932	
1988, III	11,637	13,850	13,417	13,850	13,166	11,657	13,158	11,658
1988, IV	11,691	11,250	11,250	11,250	11,563	11,657	11,509	11,658
1989, I	12,651	11,250	11,250	11,250	11,563	12,789	11,509	12,789
1989, II	13,973	13,200	13,200	13,200	12,663	13,920	12,601	13,919

1989, III	12,777	13,850	13,200	13,850	13,606	12,789	13,671	12,789
1989, IV	11,005	13,200	11,900	13,200	12,663	10,903	12,601	10,904
1990, I	12,137	11,250	11,250	11,250	11,155	12,034	11,162	12,035
1990, II	13,096	13,200	13,200	13,200	12,562	12,600	12,573	12,600
1990, III	13,183	13,200	13,200	13,200	13,480	14,109	13,523	14,134
1990, IV	13,441	13,200	13,200	13,200	13,480	12,789	13,523	12,793
1991, I	13,748	13,850	13,200	13,850	13,166	13,543	13,158	13,547
1991, II	14,091	13,850	14,500	13,850	13,606	13,637	13,671	13,667
1991, III	14,123	13,850	14,500	13,850	13,606	14,297	13,671	14,296
1991, IV	16,186	13,850	14,500	15,150	14,863	14,486	14,867	14,511
1992, I	14,633	15,150	15,150	14,500	15,617	14,674	15,64	14,673
1992, II	12,848	14,500	14,500	13,200	14,599	13,732	14,715	13,757
1992, III	13,379	13,200	13,850	13,850	12,663	13,543	12,601	13,543
1992, IV	13,987	13,850	13,200	13,850	13,166	13,669	13,158	13,659
1993, I	13,336	13,850	14,500	13,850	13,606	13,637	13,671	13,667
1993, II	13,071	13,850	14,500	13,200	13,480	13,166	13,523	13,166
1993, III	12,113	13,200	11,900	13,200	13,480	12,789	13,523	12,793
1993, IV	11,988	13,200	13,200	13,200	12,562	12,034	12,573	12,035
1994, I	12,284	13,200	13,200	13,200	12,562	12,034	12,573	12,031
1994, II	11,761	13,200	13,200	11,250	11,846	11,657	11,845	11,658
1994, III	9,620	11,250	13,200	9,950	11,563	9,772	11,509	9,773
1994, IV	9,595	9,950	10,600	9,950	9,018	9,772	9,003	9,773
1995, I	8,169	9,950	8,650	9,950	9,018	8,263	9,003	8,265
1995, II	8,837	9,950	8,650	9,950	9,018	9,018	9,019	9,019
1995, III	8,712	9,950	9,950	9,950	8,640	8,640	8,642	8,642
1995, IV	11,012	9,950	9,950	11,250	10,903	10,903	10,904	10,904
1996, I	11,044	11,250	11,250	11,250	11,155	10,903	11,162	10,904
1996, II	10,701	11,250	11,250	11,250	11,155	10,526	11,162	10,527
1996, III	10,685	11,250	11,250	11,250	10,337	10,526	10,337	10,527
1996, IV	10,332	11,250	11,250	9,950	10,337	10,149	10,337	10,150
1997, I	10,911	9,950	10,600	11,250	10,903	10,903	10,904	10,904
1997, II	12,111	11,250	12,550	13,200	11,155	12,034	11,162	12,035
1997, III	12,183	13,200	13,200	13,200	12,562	12,600	12,573	12,601
1997, IV	12,085	13,200	13,200	13,200	12,562	12,034	12,573	12,031
1998, I	11,684	13,200	13,200	11,250	12,562	12,034	12,573	12,031
1998, II	12,158	11,250	11,250	13,200	11,563	12,034	11,509	12,035
1998, III	13,455	13,200	13,200	13,850	12,562	13,543	12,573	13,543
1998, IV	13,787	13,850	13,200	13,850	13,166	13,920	13,158	13,919
1999, I	12,570	13,850	14,500	13,200	13,606	13,637	13,671	13,667
1999, II	12,096	13,200	11,900	13,200	11,846	12,034	11,845	12,035
1999, III	13,186	13,200	13,200	13,200	12,562	13,166	12,573	13,166
1999, IV	15,211	13,200	13,200	14,500	13,480	14,109	13,523	14,134
2000, I	17,030	14,500	16,450	15,150	14,800	16,937	14,932	17,035
2000, II	16,012	15,150	15,150	15,150	16,183	16,183	16,181	16,181
2000, III	16,202	15,150	15,800	15,150	15,806	16,183	15,809	16,181
2000, IV	15,320	15,150	15,800	14,500	15,806	15,429	15,809	15,428
2001, I	16,450	14,500	14,500	15,150	15,617	16,560	15,64	16,558
2001, II	14,298	15,150	15,150	13,850	15,051	14,297	15,067	14,296
2001, III	13,495	13,850	12,550	13,200	14,863	13,543	14,867	13,543
2001, IV	13,920	13,200	11,900	13,200	13,166	13,355	13,158	13,354
2002, I	15,045	13,200	13,200	13,200	13,606	13,637	13,671	13,667
2002, II	13,862	13,200	13,200	13,200	14,800	13,920	14,932	13,919
2002, III	13,188	13,200	13,200	13,200	13,606	13,732	13,671	13,741
2002, IV	13,183	13,200	13,200	13,850	13,480	13,166	13,523	13,166
2003, I	12,611	13,850	13,200	13,200	13,480	12,789	13,523	12,793
2003, II	12,734	13,200	11,900	13,200	12,663	13,166	12,601	13,170
2003, III	12,937	13,200	13,200	13,850	12,663	13,166	12,601	13,170

2003, IV	12,870	13,850	13,200	13,200	12,663	13,166	12,601	13,170
2004, I	13,406	13,200	11,900	13,200	12,663	13,166	12,601	13,170
2004, II	12,794	13,200	13,200	13,850	13,166	13,669	13,158	13,659
2004, III	13,100	13,850	13,200	13,850	12,663	12,412	12,601	12,408
2004, IV	13,600	13,850	14,500	15,150	13,480	13,543	13,523	13,543
2005, I	13,096	15,150	15,150	14,500	13,166	13,355	13,158	13,547
2005, II	12,902	14,500	14,500	14,500	13,480	12,789	13,523	12,789
2005, III	13,606	14,500	13,850	13,850	12,663	13,166	12,601	13,170
2005, IV	14,401	13,850	13,417	13,850	13,166	13,669	13,158	13,659
2006, I	15,803	13,850	14,500	15,150	14,863	15,806	14,867	15,805
2006, II	15,704	15,150	15,150	14,500	15,240	15,806	15,247	15,805
2006, III	15,297	14,500	14,500	14,500	15,240	15,429	15,247	15,428
2006, IV	14,497	14,500	14,500	13,850	15,617	14,674	15,64	14,673
2007, I	14,598	13,850	13,417	14,500	14,599	13,732	14,715	13,757
2007, II	15,701	14,500	15,150	14,500	14,599	15,806	14,715	15,805
2007, III	14,773	14,500	14,500	14,500	15,240	14,674	15,247	14,673
2007, IV	13,313	14,500	14,500	13,850	14,599	13,166	14,715	13,166
2008, I	14,403	13,850	13,417	13,850	13,480	14,297	13,523	14,296
2008, II	14,708	13,850	14,500	14,500	14,863	14,674	14,867	14,673
2008, III	16,432	14,500	15,150	15,150	14,599	16,560	14,715	16,558
2008, IV	15,825	15,150	15,150	15,150	15,051	15,806	15,067	15,805
2009, I	14,911	15,150	15,800	14,500	15,240	15,051	15,247	15,051
2009, II	13,951	14,500	14,500	13,850	14,800	13,920	14,932	13,919
2009, III	14,197	13,850	13,417	13,850	13,606	13,732	13,671	13,741
2009, IV	13,421	13,850	14,500	13,850	14,863	14,486	14,867	14,511
2010, I	12,619	13,850	14,500	13,200	13,166	13,355	13,158	13,355
2010, II	11,736	13,200	11,900	11,250	12,663	12,412	12,601	12,408
<b>MAPE</b>		<b>6,8372</b>	<b>6,5198</b>	<b>5,5188</b>	<b>5,3357</b>	<b>2,1630</b>	<b>5,4333</b>	<b>2,1755</b>
<b>MSE</b>		<b>1,1517</b>	<b>1,0954</b>	<b>0,7513</b>	<b>0,7515</b>	<b>0,1977</b>	<b>0,7610</b>	<b>0,1985</b>

## 6. Заключение

Результаты прогнозирования, полученные с применением метода точечной оценки, сравнение их с результатами, полученными с применением известных методов прогнозирования, показали, что данный способ дефаззификации выходов нечётких моделей временных рядов имеет право на существование. В рассмотренном варианте применения метода точечной оценки нечёткие выходы модели временного ряда описывались нечётким множеством по опорному вектору, включающему 50 компонент из задаваемого универсального множества. Дальнейшие эксперименты показали, что с увеличением числа компонент опорного вектора (например, до 100 единиц и более) качество прогнозирования заметно улучшается. Другими словами, при увеличении числа компонент опорного вектора существенно вырастает достоверность прогнозирования, что и предопределяет преимущественные особенности метода точечной оценки.

Рассмотренные в статье нечёткие модели временных рядов являются неотъемлемой частью стремительно развивающейся теории интеллектуального анализа данных (Data Mining). С помощью применения методов нечёткого анализа удастся более взвешенно подойти к проблеме слабоструктурированности данных временного ряда, выявить и, что самое главное, формализовать внутренние многопорядковые связи между данными. Направление Data Mining еще найдёт своё дальнейшее развитие. Однако полученные уже сейчас результаты в виде методологии нечёткого прогнозирования временных рядов можно и необходимо адаптировать для интеграции в существующую программную среду информационных технологий Data Mining, например, в OracleDataMining. Это, в частности, позволит существенно обогатить применяемый в OracleDataMining весьма ограниченный набор стандартных функций интеллектуального анализа данных.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Marcos M.C. Oracle Data Mining and Analytics. Blog on Data Mining and Analytics with a special focus on Oracle [Електронний ресурс] / М.С. Marcos // Analytics paves the way to transform databases into Knowledge bases.URL. – Режим доступу: <http://oracledmt.blogspot.com/> (accessed at 14.05.2014).
2. Минаев Ю.М. Методы и алгоритмы решения задач идентификации и прогнозирования в условиях неопределенности в нейросетевом логическом базисе / Минаев Ю.М., Филимонова О.Ю., Бенамеур Л. – М.: Горячая линия-Телеком, 2003. – 205 с.
3. Song Q. Forecasting enrollments with fuzzy time series – part I / Q. Song, B.S. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – 1993. – N 54. – P. 1 – 9.
4. Song Q. Fuzzy time series and its models / Q. Song, B.S. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – 1993. – N 54. – P. 269 – 277.
5. Song Q. Forecasting enrollments with fuzzy time series / Q. Song, B.S. Chissom // Fuzzy Sets and Systems (Part II). – 1994. – N 62. – P. 1 – 8.
6. Fuzzy time series forecasting of wheat production / N. Kumar, S. Ahuja, V. Kumar [et al.] // International Journal on Computer Science and Engineering. – 2010. – Vol. 2, N 3. – P. 635 – 640.
7. Chen S.M. Forecasting enrollments based on fuzzy time series / S.M. Chen // Fuzzy Sets and Systems. – 1996. – N 81. – P. 311 – 319.
8. Chen S.M. Forecasting enrollments based on high-order fuzzy time series / S.M. Chen // Cybernetics and Systems: an International Journal. – 2002. – N 33. – P. 1 – 16.
9. Cheng C.H. Entropy-based and trapezoid fuzzification fuzzy time series approaches for forecasting IT project cost / C.H. Cheng, J.R. Chang, C.A. Yen // Technological Forecasting & Social Change. – 2006. – N 73. – P. 524 – 542.
10. Poulsen J.R. Fuzzy Time Series Forecasting – Developing a new forecasting model based on high order fuzzy time series / J.R. Poulsen // AAUE: CIS 4. – 2009. – 67 p.
11. Рзаев Р.Р. Нейро-нечёткое моделирование экономического поведения / Рзаев Р.Р. – Verlag: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co, 2012. – 104 с.
12. Рзаев Р.Р. Интеллектуальный анализ данных в системах поддержки принятия решений / Рзаев Р.Р. – Verlag: LAP Lambert Academic Publishing GmbH & Co, 2013. – 130 с.

*Стаття надійшла до редакції 03.11.2014*