



УДК 621.3.019.3

А.В. ФЕДУХИН*, В.Н. ЯРОШЕНКО*, Ар.А. МУХА*

К ВОПРОСУ О ВЗАИМОСВЯЗИ ВЕЛИЧИН МЕТРИК И ИХ ВЕСОВ

*Институт проблем математических машин и систем НАН Украины, Киев, Украина

***Анотація.** Шляхом введення нових змінних розглянуто питання аналітичної оцінки ваг метрик атрибутів гарантоздатності систем. Розроблено базовий підхід до комплексної кількісної оцінки рівня гарантоздатності комп'ютерної системи.*

***Ключові слова:** атрибутивна модель гарантоздатності, атрибути метрики, нормовані оцінки, ваги, змінні.*

***Аннотация.** Путем введения новых переменных рассмотрены вопросы аналитической оценки весов метрик атрибутов гарантоспособности систем. Развивается базовый подход к комплексной количественной оценке уровня гарантоспособности компьютерной системы.*

***Ключевые слова:** атрибутивная модель гарантоспособности, атрибуты, метрики, нормированные оценки, веса, переменные.*

***Abstract.** By means of introducing the new variables the questions of analytical evaluation of metric weights of attributes of systems dependability were considered. A basic approach to complex numerical estimation of the degree of computer dependability of systems was developed.*

***Keywords:** attributive model of dependability, metrics attributes, normalized estimations, weights, variables.*

1. Введение

В качестве так называемого обобщенного показателя в работе [1] предлагается представить линейный функционал, составляющими которого были бы нормированные значения атрибутов и метрик с соответствующими весовыми коэффициентами. Разумеется, что выбор величин весовых коэффициентов зависит от особенностей конкретной гарантоспособной системы. В случае, когда метрики не представляются аналитическими оценками, их измерение предлагалось осуществлять экспертными методами. Здесь же в статье [1] предложено, основываясь на количественных оценках метрик, получать количественные оценки атрибутов, а далее через них вычислять оценки достигнутого уровня гарантоспособности исследуемой системы для различных вариантов ее исполнения.

Ниже рассмотрен возможный подход к анализу упомянутого выше линейного функционала, представляющего атрибут как функцию составляющих его трех метрик. Полагаем, что с целью минимизации объема аналитических выкладок общность существенно не страдает, если ограничиться рассмотрением только трех метрик.

Следует отметить, что определение весов показателей различных уровней, включая введенных в [1] понятий атрибутов и метрик, является, очевидно, всегда актуальной задачей как при анализе функционирования гарантоспособных систем, так и при получении сравнительной оценки двух гарантоспособных систем [2].

Определение весов метрик, характеризующих некоторый атрибут, является результатом анализа определенной модели, анализирующей взаимосвязи метрик и их весов. При этом численные значения метрик, как правило, будут отличаться от предлагаемых моделей. Но необходимым требованием к любой такой модели является логическая правдоподобность аналитически описываемого взаимодействия метрики с ее весом.

2. О взаимосвязи метрик и их весов

Пусть дана система с конечным числом атрибутов, и некоторый ее атрибут описывается тремя метриками с именами B_1, B_2, B_3 и числовыми оценками A_1, A_2, A_3 . Необходимо отметить, что далее обозначения A_1, A_2, A_3 будут использоваться в тексте как для имен метрик, так и их численных значений. Различать их нетрудно в контексте изложения.

Предполагается, что система, по аналогии с предложением из [1], представима некоторым показателем в виде линейного функционала $\beta_1 A_1 + \beta_2 A_2 + \beta_3 A_3$, где $A_i (i = 1, 2, 3)$ – численные оценки метрик с соответствующими неизвестными весами β_i , которые предстоит определить.

Утверждение 1. Веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ представляют собой функции аргументов A_1, A_2, A_3 .

Утверждение 2. Метрики $A_i (i = 1, 2, 3)$ представляются своими нормированными значениями относительно значений, установленных в спецификации (или в соответствующих нормативных документах).

Утверждение 3. Веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ являются численным отражением результата взаимодействия процессов функционирования системы, связанных с метриками $A_i (i = 1, 2, 3)$.

Утверждение 4. Каждая из метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$ подвержена влиянию остальных метрик, а степень этого влияния зависит от количественных оценок, представляющих метрики.

3. Гипотетические равенства, представляющие сущность подхода

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \left(\frac{A_2}{A_2 + A_1} + \frac{A_2}{A_2 + A_3} \right) / \left(\frac{A_1}{A_1 + A_2} + \frac{A_1}{A_1 + A_3} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_1} = \left(\frac{A_3}{A_3 + A_1} + \frac{A_3}{A_3 + A_2} \right) / \left(\frac{A_1}{A_1 + A_2} + \frac{A_1}{A_1 + A_3} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_2} = \left(\frac{A_3}{A_3 + A_1} + \frac{A_3}{A_3 + A_2} \right) / \left(\frac{A_2}{A_2 + A_1} + \frac{A_2}{A_2 + A_3} \right). \quad (3)$$

Рассмотрим равенство (1). В нем β_2/β_1 – отношение весов β_2 и β_1 , $A_2/(A_2 + A_1)$ – доля (вес) численного значения величины A_2 относительно суммы $A_2 + A_1$, $A_2/(A_2 + A_3)$ – относительный вес A_2 в сумме $A_2 + A_3$. Сумму этих отношений можно условно называть весом метрики A_2 . В полной аналогии с этим величину, стоящую в правой круглой скобке в (2), можно называть весом метрики A_1 , а величину выражения в левых скобках равенств (2) или (3) – весом метрики A_3 .

4. О ранжировании величин метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$

Пусть имеется набор из трех метрик с именами B_1, B_2, B_3 , которым могут быть некоторым образом присвоены численные значения. После такого присвоения упомянутые значения располагаются так, что A_1 – это максимальное из присвоенных значений, A_2 – следующее

по убыванию и, наконец, A_3 – минимальное из таких значений. Итак, величины $A_i (i = 1, 2, 3)$ образуют цепочку неравенств

$$A_1 \geq A_2 \geq A_3, \quad (4)$$

которую можно назвать условием ранжирования (УР). Подразумевается, что не обязательно значение A_1 присвоено метрике B_1 , а значение A_3 – метрике B_3 , то есть условие ранжирования в различных случаях может соответствовать любой перестановке имен B_1, B_2, B_3 . Разумеется, что при каждом присвоении именам B_1, B_2, B_3 численных значений можно фиксировать, какой именно перестановке имен соответствуют значения, подчиненные УР.

Следует сделать замечание, касающееся дальнейших рассуждений. Цепочка (4), в которой будут фигурировать знаки только строгого неравенства, также является УР, и именно оно будет использовано далее.

Отсутствие знаков равенства в цепочке (4) в некоторой степени оправдывается не только желанием избежать излишней громоздкости в дальнейшем изложении, но и тем фактом, что полное равенство (например, $A_2 = A_3$) практически заменимо неравенством при численных расчетах с использованием достаточно большого числа десятичных знаков. Принятое допущение, на наш взгляд, не коснется сути представленной здесь модели.

5. Преобразование вида гипотетических равенств

Эти преобразования очевидным образом получаются посредством деления числителей и знаменателей дробей – слагаемых, стоящих в скобках равенств (1), (2) и (3), на соответствующие величины $A_i (i = 1, 2, 3)$. Итак, теперь равенства (1), (2) и (3) примут следующий вид:

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \left(\frac{1}{1 + A_1/A_2} + \frac{1}{1 + A_3/A_2} \right) / \left(\frac{1}{1 + A_2/A_1} + \frac{1}{1 + A_3/A_1} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_1} = \left(\frac{1}{1 + A_1/A_3} + \frac{1}{1 + A_2/A_3} \right) / \left(\frac{1}{1 + A_2/A_1} + \frac{1}{1 + A_3/A_1} \right), \quad (6)$$

$$\frac{\beta_3}{\beta_2} = \left(\frac{1}{1 + A_1/A_3} + \frac{1}{1 + A_2/A_3} \right) / \left(\frac{1}{1 + A_1/A_2} + \frac{1}{1 + A_3/A_2} \right). \quad (7)$$

6. Введение новых переменных a, b, c

Для слагаемых, находящихся в скобках равенств (5), (6) и (7), введем следующие обозначения:

$$\frac{1}{1 + A_1/A_2} = a, \quad (8)$$

$$\frac{1}{1 + A_1/A_3} = b, \quad (9)$$

$$\frac{1}{1 + A_2/A_3} = c. \quad (10)$$

Это равносильно введению в рассмотрение новых переменных a, b, c , зависящих от соответствующих отношений метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$. Теперь из трех равенств (8)–(10) трудно получить выражения для соответствующих отношений метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$.

Так, из ссылки (8) вытекает цепочка следствий $a \frac{A_1}{A_2} + a = 1$, откуда

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{1-a}{a}, \quad \frac{1}{1+A_2/A_1} = 1-a. \quad (11)$$

Далее

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{a}{1-a} < 1 \text{ и, как следствие, } a < 0,5. \quad (12)$$

Здесь использовано положение $A_2 < A_1$ согласно с условием ранжирования (4).

Из ссылки (9) имеем $\frac{bA_1}{A_3} + b = 1$, откуда $\frac{A_1}{A_3} = \frac{1-b}{b}$.

В итоге получаем

$$\frac{1}{1+A_1/A_3} = b, \quad (13)$$

$$\frac{A_1}{A_3} = \frac{1-b}{b}, \quad (14)$$

и, как следствие,

$$\frac{1}{1+A_3/A_1} = 1-b. \quad (15)$$

По аналогии, из (10) вытекает

$$c \frac{A_2}{A_3} + c = 1, \text{ откуда } \frac{A_2}{A_3} = \frac{1-c}{c}, \text{ и далее } \frac{1}{1+A_3/A_2} = \frac{1}{1+\frac{c}{1-c}} = 1-c.$$

Итак, имеем:

$$\frac{1}{1+A_2/A_3} = c, \quad (16)$$

$$\frac{A_2}{A_3} = \frac{1-c}{c}, \quad (17)$$

$$\frac{1}{1+A_3/A_2} = 1-c. \quad (18)$$

Из равенств (14) и (17) и условия ранжирования (4) получаются верхние оценки для переменных b и c :

$$\frac{A_1}{A_3} = \frac{1-b}{b} > 1, \text{ откуда } b < 0,5; \text{ аналогично, } \frac{A_2}{A_3} = \frac{1-c}{c} > 1, \text{ то есть } c < 0,5.$$

В итоге получается, что верхняя оценка для всех трех переменных a, b, c равна 0,5.

7. Определение двухсторонних оценок для переменных a, b, c

Но сначала получим важное равенство, связывающее эти переменные. С этой целью используем тождество $\frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{A_2}{A_3} = \frac{A_1}{A_3}$. Заменяя отношения метрик их выражениями (11), (14), (17) через переменные a, b, c , вместо упомянутого выше тождества получим выражение

$$\frac{1-a}{a} \cdot \frac{1-c}{c} = \frac{1-b}{b}. \quad (19)$$

Это равенство назовем равенством связи переменных (РСП). Далее приступим к получению нижних оценок для переменных b и c . Воспользуемся неравенством, вытекающим из условия ранжирования (4). Тогда справедлива цепочка

$$\frac{A_3}{\sum_{i=1}^3 A_i} < \frac{A_3}{3A_3} = \frac{1}{3} \Rightarrow A_3 < A_1 + A_2 + A_3 \Rightarrow \frac{2}{3}A_3 < \frac{1}{3}(A_1 + A_2) \Rightarrow A_3 < \frac{A_1 + A_2}{2}. \quad (20)$$

Далее

$$A_3 < \frac{A_1 + A_2}{2} \Rightarrow A_3 < \frac{1-b}{2b}A_3 + \frac{A_2}{2} \Rightarrow A_3 \left(\frac{2b-1+b}{2b} \right) < \frac{A_2}{2} \Rightarrow A_3 < \frac{bA_2}{3b-1},$$

откуда следует необходимое ограничение на величину b : $b > \frac{1}{3}$, в противном случае положительная величина A_3 оказывалась бы меньше отрицательной, что невозможно.

Итак, для переменной b получена уже двухсторонняя оценка:

$$\frac{1}{3} < b < \frac{1}{2}. \quad (21)$$

Следует напомнить, что в цепочке неравенств, из которой получена оценка (21), использована формула (14). Аналогичные действия необходимы и при получении нижней оценки для переменной c :

$$A_3 < \frac{A_1 + A_2}{2} \Rightarrow A_3 < \frac{A_1}{2} + \frac{1-c}{2c}A_3 \Rightarrow A_3 \left(1 - \frac{1-c}{2c} \right) < \frac{A_1}{2} \Rightarrow A_3 \frac{3c-1}{2c} < \frac{A_1}{2} \Rightarrow A_3 < \frac{cA_1}{3c-1}.$$

Из последнего неравенства этой цепочки следует ограничение на величину c : $c > \frac{1}{3}$. Значит, и для переменной c получена двухсторонняя оценка:

$$\frac{1}{3} < c < \frac{1}{2}. \quad (22)$$

При получении оценки (22) в цепочке неравенств использована формула (17).

Осталось получить двухстороннюю оценку для переменной a . Но сначала найдем для a нижнюю оценку. Здесь существенно используется РСП.

Покажем, что нижняя оценка переменной a равна $\frac{1}{3}$. Доказательство проведем от противного, предположив, что $a < \frac{1}{3}$. Из равенства (19) найдем выражение для a . Итак,

$$\frac{1-a}{a} = \frac{c(1-b)}{b(1-c)} \Rightarrow a = \frac{1}{1 + \frac{c(1-b)}{b(1-c)}}.$$

Согласно с предположением, имеем

$$1 + \frac{c(1-b)}{b(1-c)} > 3 \Rightarrow c - bc > 2b - 2bc \Rightarrow 2b - bc < c \Rightarrow b < \frac{c}{2-c} < \frac{0,5}{2-0,5} = \frac{1}{3} \Rightarrow b < \frac{1}{3}.$$

Пришли к противоречию, так как, согласно (21), $\frac{1}{3} < b$. В цепочке использована верхняя оценка для c , а именно $c < 0,5$. Показано, что предположение оказалось ложным, следовательно, получили нижнюю оценку для a и ее двухстороннюю оценку:

$$\frac{1}{3} < a < \frac{1}{2}. \quad (23)$$

Таким образом, получены двухсторонние оценки для всех трех переменных a, b, c . Но важно также получить неравенства, связывающие эти переменные как результат того, что они обозначают некоторые выражения – функции от метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$, а также от введения в рассмотрение условия ранжирования (4).

8. Неравенства, связывающие переменные a, b, c

Из обозначений $\frac{1}{1 + A_1/A_2} = a$ и $\frac{1}{1 + A_1/A_3} = b$ следует, что $a > b$, так как $\frac{A_1}{A_2} < \frac{A_1}{A_3}$, ибо $A_2 > A_3$ согласно условию ранжирования (4). Аналогично из обозначений $\frac{1}{1 + A_2/A_3} = c$ и

$\frac{1}{1 + A_1/A_3} = b$ выходит, что $c > b$, поскольку $\frac{A_2}{A_3} < \frac{A_1}{A_3}$ из-за действия УР.

Итак, известно, что $a > b$ и $c > b$. Сравнение величин a и c приводит к следующему.

Из обозначений $\frac{1}{1 + A_1/A_2} = a$ и $\frac{1}{1 + A_2/A_3} = c$ следует, что $a < c$ в случае, когда $\frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3}$, и $a > c$, если $\frac{A_1}{A_2} < \frac{A_2}{A_3}$. Следовательно, наличие УР приводит к цепочкам неравенств:

$$c > a > b \text{ при условии, что } \frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3}, \quad (24)$$

$$a > c > b \text{ при условии, что } \frac{A_1}{A_2} < \frac{A_2}{A_3}. \quad (25)$$

9. Получение выражений для весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ – функций переменных a, b, c

После введения в рассмотрение переменных a, b, c – обозначений выражений, зависящих от отношений метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$, преобразованные гипотетические равенства приобре-

тают другой вид, где фигурируют введенные переменные. Так, равенство (5) преобразуется к виду

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{a+1-c}{1-a+1-b} = \frac{a+1-c}{2-a-b}. \quad (26)$$

При переходе от равенства (5) к (26) произведены замены в правой части равенства (5), обозначенные ссылками (8), (11), (15) и (18). Аналогично равенство (6) приобретет такой вид:

$$\frac{\beta_3}{\beta_1} = \frac{b+c}{2-a-b}. \quad (27)$$

Здесь при переходе от равенства (6) к (27) необходимы ссылки на (9), (10), (11), (15). И, наконец, равенство (7) преобразится так:

$$\frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{b+c}{a+1-c} \cdot \frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{b+c}{a+1-c} \cdot \frac{\beta_3}{\beta_2} = \frac{b+c}{a+1-c}. \quad (28)$$

Переход от равенства (7) к (28) сделан с использованием ссылок (9), (10), (11), (18). Необходимо также отметить, что равенство (28) является очевидным следствием равенств (26) и (27).

Далее веса β_2 и β_3 определяются в зависимости от веса β_1 . Так, из (26) следует

$$\beta_2 = \frac{a+1-c}{2-a-b} \beta_1, \quad (29)$$

$$\beta_3 = \frac{b+c}{2-a-b} \beta_1. \quad (30)$$

Определяемые веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$, по предположению, связаны также нормирующим условием

$$\sum_{i=1}^3 \beta_i = 1. \quad (31)$$

Теперь легко находятся выражения для весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$. Для веса β_1 , с учетом условия (31), получаем

$$\beta_1 = \frac{2-a-b}{2-a-b+(a+1-c)+(b+c)} = \frac{2-a-b}{3}. \quad (32)$$

Подставляя в выражения (29–30) полученную формулу (32) для β_1 , получаем формулы для весов β_2 и β_3 :

$$\beta_2 = \frac{a+1-c}{3}, \quad (33)$$

$$\beta_3 = \frac{b+c}{3}. \quad (34)$$

Любопытен тот факт, что дроби – выражения для весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$, имеют общий знаменатель, представляющий целое число 3. Возможно, это связано с тем, что в предлагаемой модели рассматривается случай именно трех метрик.

Отметим, что полученные выражения (32) и (33–34) позволяют численно рассчитывать искомые веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ соответствующих метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$, подчиненных условию ранжирования (4).

10. Области возможных значений переменных a, b, c

Необходимо также определить области возможных значений аргументов функций $\beta_i (i = 1, 2, 3)$. Описание таких областей стало возможным после получения двухсторонних оценок для переменных a, b, c согласно ссылкам (21–23), а также цепочек неравенств (24) и (25), связывающих эти переменные. Объединяя два упомянутых результата, можно описать области возможных значений аргументов a, b, c посредством следующих цепочек неравенств:

$$\frac{1}{2} > c > a > b > \frac{1}{3}, \text{ если } \frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3}, \quad (35)$$

$$\frac{1}{2} > a > c > b > \frac{1}{3}, \text{ если } \frac{A_1}{A_2} < \frac{A_2}{A_3}. \quad (36)$$

К ним должно быть присоединено равенство связи переменных (19). Если задать значения переменным a и c согласно (35) или (36), то значение переменной b определяется из равенства (19) по формуле

$$b = \frac{1}{1 + \frac{1-a}{a} \cdot \frac{1-c}{c}}. \quad (37)$$

11. Неравенства, связывающие веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$

Поскольку дроби – выражения для весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ (32)–(34) – имеют общим знаменателем число 3, то сравнение величин этих весов сводится к сравнению числителей. Покажем, что $\beta_1 > \beta_2$, то есть, что числитель дроби (32) больше числителя (33). Итак, докажем справедливость следующей цепочки неравенств:

$$2 - a - b > a + 1 - c \Rightarrow 1 - 2a > b - c.$$

Последнее неравенство удовлетворяется, так как все переменные a, b, c меньше 0,5. Неравенство $\beta_1 > \beta_2$ доказано. Теперь покажем, что $\beta_2 > \beta_3$. Сравнивая числители (33) и (34), имеем $a + 1 - c > b + c \Rightarrow 1 + a - b > 2c$, поскольку $a > b$. В итоге справедлива цепочка

$$\beta_1 > \beta_2 > \beta_3. \quad (38)$$

Эту цепочку можно интерпретировать условно как ранжирование весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ вследствие условия ранжирования (4) соответствующих метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$. Таким образом, показано, что большей величине метрики соответствует и большее значение ее веса.

12. Примеры численных расчетов для иллюстрации предлагаемого подхода

Пример 1. Пусть заданы $a = 0,4$; $c = 0,45$. Тогда по формуле (37)

$$b = 1 / \left(1 + \frac{1-a}{a} * \frac{1-c}{c} \right) = 1 / \left(1 + \frac{1-0,4}{0,4} * \frac{1-0,45}{0,45} \right) = 0,3529411.$$

Теперь определяются веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$:

$$\beta_1 = \frac{2-a-b}{3} = \frac{2-0,4-0,45}{3} = 0,4156863,$$

$$\beta_2 = \frac{a+1-c}{3} = \frac{0,4+1-0,45}{3} = \frac{0,95}{3} = 0,3166666,$$

$$\beta_3 = \frac{b+c}{3} = \frac{0,3529411+0,45}{3} = 0,267647,$$

$$\sum_{i=1}^3 \beta_i = 0,9999999 \approx 1.$$

В этом примере $a < c$. Используя формулы (11) и (17) и предполагая, что $\frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3}$, имеем следующую цепочку неравенств:

$$\frac{1-a}{a} = \frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3} = \frac{1-c}{c} \Rightarrow \frac{1}{a} - 1 > \frac{1}{c} - 1 \Rightarrow a < c. \text{ Нетрудно видеть, что и обратно, из } a < c$$

следует, что $\frac{A_1}{A_2} > \frac{A_2}{A_3}$, то есть эти неравенства эквивалентны.

Пример 2. Пусть теперь $a = 0,45; c = 0,4$. Согласно формуле (37) значение b останется прежним (как в примере 1) и равным 0,3529411. Рассчитаем веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$. Итак, получим

$$\beta_1 = \frac{2-a-b}{3} = \frac{2-0,45-0,3529411}{3} = 0,3990196,$$

$$\beta_2 = \frac{a+1-c}{3} = \frac{0,45+1-0,4}{3} = \frac{1,05}{3} = 0,35,$$

$$\beta_3 = \frac{b+c}{3} = \frac{0,3529411+0,4}{3} = 0,2509803.$$

Проверка значений весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ дала $\sum_{i=1}^3 \beta_i = 0,9999999 \approx 1$.

В отличие от первого примера, здесь $a > c$. Легко проверить, что, соответственно, имеем $\frac{A_1}{A_2} < \frac{A_2}{A_3}$, которое по аналогии со случаем в примере 1, эквивалентно неравенству $a > c$.

Общим для рассмотренных примеров является то, что в обоих численные результаты, полученные для весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$, подтверждают справедливость цепочки $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$.

13. О взаимосвязи условия ранжирования и введения новых переменных a, b, c

В преобразованных гипотетических равенствах (5)–(7) их правые части зависят от отношений метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$. Этих равенств достаточно, чтобы вместе с нормирующим ус-

ловием $\sum_{i=1}^3 \beta_i = 1$ получить выражения для весов – функций от аргументов, которыми являются отношения пар метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$.

Удачным оказалось решение об обозначении выражений от этих отношений (8–10) новыми переменными a, b, c , приведшее к тому, что веса $\beta_i (i = 1, 2, 3)$ стало возможным выражать в качестве функций только этих введенных переменных.

Главным фактором для определения весов метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$ явилось введение в рассмотрение УР (4) значений этих метрик, где они располагаются в порядке убывания значений, то есть когда $A_1 > A_2 > A_3$.

Наличие УР вместе с введением новых переменных дало возможность получить неравенства, связывающие переменные a, b, c . Благодаря формулам (12), (14), (17) получены верхние оценки для a, b, c . Оказалось, что для всех них верхняя оценка равна 0,5. Были определены также выражения для $\frac{A_1}{A_2}, \frac{A_1}{A_3}, \frac{A_2}{A_3}$ согласно ссылкам (11), (13), (17), откуда по-

лучено важное РСП a, b, c (19). Далее были получены двухсторонние оценки (21) и (22) для переменных b и c , а при получении такой же оценки (23) для переменной a использовалось РСП. Важным, на наш взгляд, результатом является получение цепочек неравенств, связывающих как величины a, b, c , так и полученные для них двухсторонние оценки. Такими цепочками являются (35) и (36). Цепочки определяют области возможных значений переменных a, b, c . С использованием формул для весов $\beta_i (i = 1, 2, 3)$, зависящих от аргументов a, b, c , показано, что имеет место интуитивно напрашивающийся вывод, что $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ в связи с введенным условием ранжирования (4), то есть показано, что большей величине метрики соответствует и больший ее вес.

14. Выводы

Подытожив вышесказанное, можно утверждать, что основой предлагаемого подхода являются условие ранжирования и введение в рассмотрение новых переменных a, b, c . Определив области возможных значений этих переменных, являющихся аргументами функций $\beta_i (i = 1, 2, 3)$, можно численно находить значения весов соответствующих метрик $A_i (i = 1, 2, 3)$ по формулам (31)–(33). Также стало возможным задавать отношения метрик $\frac{A_1}{A_2}, \frac{A_1}{A_3}, \frac{A_2}{A_3}$ и обратных отношений не произвольно, а подсчитывая их значения в зависимости от выбора значений их аргументов из областей (35) или (36). В этом прослеживается связь введения в систему условия ранжирования и рассмотрение новых переменных a, b, c .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.В. Федухин Атрибуты и метрики гарантоспособных компьютерных систем / А.В. Федухин, Н.В. Сеспедес Гарсия // Математичні машини і системи. – 2013. – № 2. – С. 195 – 201.
2. К вопросу о сравнительной оценке гарантоспособных систем / А.В. Федухин, В.Н. Ярошенко, А.И. Сухомлин [и др.] // Математичні машини і системи. – 2014. – № 1. – С. 185 – 194.

Стаття надійшла до редакції 28.05.2015