

## ОЦЕНКА ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТРАДИЦИОННЫХ И НЕЧЁТКИХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА

\*Институт систем управления НАН Азербайджана, г. Баку, Азербайджан

**Анотація.** Фінансовий аналіз є одним із головних інструментів і методів сучасного інвестиційного проектування, де самі проекти є альтернативними або взаємовиключними, тобто реалізація одного з них робить неможливою або недоцільною реалізацію інших. При цьому мається на увазі, що альтернативні інвестиційні проекти мають однакову цільову спрямованість, тобто у процесі фінансового аналізу кожен з альтернативних проектів розглядається самостійно, а можливий ефект від його реалізації визначається без зв'язку з іншими інвестиційними проектами. Отже, у статті розглядаються підходи до вирішення задачі багатокритеріальної оцінки портфеля інвестиційних пропозицій при наявності інформації про фінансові показники проектів із достовірних джерел. У рамках запропонованих підходів і сформованої безлічі фінансових показників подана комплексна методика порівняльного аналізу і відбору інвестиційних рішень, яка базується на застосуванні в певному порядку і використанні можливостей методів порівняльного аналізу Парето і Борда, а також нечітких методів максимінної згортки і виведення за умови однакової значущості критеріїв оцінки. При застосуванні нечітких методів аналізу кожен із фінансових показників розглядається у вигляді якісного критерію оцінки ефективності інвестиційного проекту, який інтерпретується завдяки відповідним нечітким множинам. За результатами обчислень здійснено ранжування гіпотетичних альтернативних інвестиційних проектів із застосуванням розглянутих методів багатокритеріальної оцінки і проведений їх порівняльний аналіз, що в кінцевому підсумку дозволяє забезпечити фінансування найбільш ефективних проектів.

**Ключові слова:** інвестиційний проект, фінансовий показник оцінки, попарне порівняння альтернатив, нечітка безліч, функція приналежності, нечіткий висновок.

**Аннотация.** Финансовый анализ является одним из главных инструментов и методов современного инвестиционного проектирования, где сами проекты являются альтернативными или взаимоисключающими, то есть реализация одного из них делает невозможной или нецелесообразной реализацию других. При этом подразумевается, что альтернативные инвестиционные проекты имеют одинаковую целевую направленность, то есть в процессе финансового анализа каждый из альтернативных проектов рассматривается самостоятельно, а возможный эффект от его реализации определяется без связи с другими инвестиционными проектами. Поэтому в статье рассматриваются подходы к решению задачи многокритериальной оценки портфеля инвестиционных предложений при наличии информации о финансовых показателях проектов из достоверных источников. В рамках предлагаемых подходов и сформированного множества финансовых показателей предлагается комплексная методика сравнительного анализа и отбора инвестиционных решений, которая базируется на применении в определенном порядке и использовании возможностей методов сравнительного анализа Парето и Борда, а также нечётких методов максиминной свёртки и вывода при условии одинаковой значимости критериев оценки. При применении нечётких методов анализа каждый из финансовых показателей рассматривается в виде качественного критерия оценки эффективности инвестиционного проекта, который интерпретируется посредством подходящих нечётких множеств. По результатам вычислений осуществлено ранжирование гипотетических альтернативных инвестиционных проектов с применением рассматриваемых методов многокритериальной оценки и проведён их сравнительный анализ, что в конечном итоге позволяет обеспечить финансирование наиболее эффективных проектов.

**Ключевые слова:** инвестиционный проект, финансовый показатель оценки, попарное сравнение альтернатив, нечёткое множество, функция принадлежности, нечёткий вывод.

**Abstract.** Financial analysis is one of the main tools and methods of modern investment design, where the projects are alternative or mutually exclusive, that is, the implementation of one of them makes it impossible or unreasonable to implement the others. It is understood that alternative investment projects have the

same target orientation, that is, in the process of financial analysis, each of the alternative projects is considered independently, and the possible effect of its implementation is determined without communication with other investment projects. In this regard, the paper considers approaches to solving the problem of multi-criteria assessment of investment project portfolio having an information on financial indicators of projects from reliable sources. Within the framework of the proposed approaches and the formed set of financial indicators, a comprehensive methodology for comparative analysis and selection of investment decisions is proposed, which is based on the application in a certain order and using the capabilities of the methods of comparative analysis of Pareto and Bord, as well as fuzzy maximin convolution methods and fuzzy inference, provided that the evaluation criteria are equally important. When using fuzzy methods of analysis, each of the financial indicators is considered as a qualitative criterion for evaluating the effectiveness of an investment project, which is interpreted by suitable fuzzy sets. Based on the results of the calculations, the ranking of hypothetical alternative investment projects was carried out using the considered multi-criteria evaluation methods and their comparative analysis was carried out, which ultimately allows financing the most effective projects.

**Keywords:** investment project, financial evaluation indicator, pairwise comparison of alternatives, fuzzy set, membership function, fuzzy reference.

DOI: 10.34121/1028-9763-2020-2-60-69

## 1. Введение

Оценка и ранжирование инвестиционных решений являются важными этапами как при выборе, так и при моделировании инвестиционных проектов. Когда альтернативные инвестиционные проекты преследуют схожие цели, тогда каждый проект необходимо анализировать в отдельности, чтобы определить эффект от его осуществления вне зависимости от других инвестиционных проектов. Тем не менее, сравнительный анализ альтернативных инвестиционных проектов позволяет обеспечить финансирование наиболее эффективных из них. В [1] рассмотрен комплексный подход к проведению такого анализа и селекции инвестиционных проектов, предполагающий выполнение следующих процедур: 1) формирование системы показателей для многокритериальной оценки и сравнительного анализа альтернативных проектов; 2) обоснование выбора проектов с применением методов анализа; 3) установление критерия в целях формирования оптимального портфеля инвестиционных проектов.

В большинстве случаев эффективность инвестиционных проектов оценивают посредством следующих финансовых показателей: NPV (Net Present Value) – чистая текущая стоимость ( $x_1$ ); PI (Profitability Index) – индекс доходности инвестиций ( $x_2$ ); IRR (Internal Rate of Return) – внутренняя норма доходности ( $x_3$ ); PP (Payback Period) – срок окупаемости ( $x_4$ ); ROI (Return On Investment) – рентабельность инвестиций ( $x_5$ ).

Обоснование выбора по методу Парето предполагает, что лучшим является то решение, которое по всем показателям было бы не хуже первого, а хотя бы по одному показателю лучше него. В поддержку сравнения проектов составляются так называемые таблицы предпочтений, демонстрирующие преимущества тех или иных инвестиционных решений. В результате селекция по Парето дает несколько и/или больше решений, чем это предусмотрено наличием ограниченного объема финансовых ресурсов. В дополнение к этому применяется метод выбора Борда, согласно которому инвестиционные проекты ранжируются в порядке убывания соответствующих показателей. В результате наилучшим решением признается проект с максимальным значением суммарного ранга.

Выбор метода оценки инвестиционных проектов и формирования инвестиционного портфеля определяется конкретной целевой установкой инвестора. Однако существующие методы оценки и выбора инвестиционных проектов не всегда адекватно отражают величины отдельных показателей, которые в определённом смысле являются качественными (слабоструктурированными) критериями оценки. Наилучшим способом их описания являются вербальное воспроизведение или, что ещё лучше, нечёткие множества. Собственно,

эта парадигма легла в основу данной статьи, что допускает применение нечётких методов многокритериальной оценки проектов при наличии слабоструктурированных данных показателей  $x_i (i = 1 \div 5)$ .

## 2. Постановка задачи

Предположим, что инвестор рассматривает десять инвестиционных проектов  $a_k (k = 1 \div 10)$  на предмет выбора наилучшего и/или отбора наилучших из них, которые в рамках системы показателей сравнительной оценки эффективности представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Инвестиционные проекты и их показатели

Проект	Показатели сравнительной оценки проектов				
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
	NPV (\$)	PI (%)	IRR (%)	PP (%)	ROI (%)
$a_1$	1100000	1,14	28	1,80	28
$a_2$	900000	1,25	25	1,90	32
$a_3$	700000	1,35	40	1,60	36
$a_4$	850000	1,05	13	1,20	24
$a_5$	550000	1,45	20	1,40	25
$a_6$	1250000	1,15	35	1,65	22
$a_7$	300000	1,20	24	1,50	26
$a_8$	1300000	1,13	18	1,70	30
$a_9$	1500000	1,24	15	2,00	23
$a_{10}$	630000	1,18	30	1,30	27

Представляя показатели  $x_i (i = 1 \div 5)$  в системе сравнительной оценки эффективности инвестиций в виде лингвистических переменных, принимаемых в качестве своих значений слабоструктурированные термины, необходимо адаптировать нечёткие методы многокритериальной оценки к решению задачи оценки, ранжирования и выбора наилучшего инвестиционного проекта в условиях ограниченности финансовых ресурсов.

*Целью статьи* является описание новых подходов к оценке портфелей инвестиционных проектов в условиях ограниченности финансовых ресурсов, основанных на нечётко-множественном анализе релевантной информации.

## 3. Выбор инвестиционного решения методами Парето и Борда

Правила Парето предусматривают выбор из портфеля инвестиционных проектов нескольких наиболее лучших, и по объёму их финансирования устанавливается общая сумма финансирования с учётом возможностей инвестора [2]. На первом этапе в рамках системы критериев  $x_i (i = 1 \div 5)$  производится ранжирование проектов. Для рассматриваемых проектов из табл. 1 данное ранжирование выглядит так, как это представлено в табл. 2.

Таблица 2 – Ранжирование проектов

Проект	Показатели сравнительной оценки проектов				
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
1	$a_9$	$a_5$	$a_3$	$a_9$	$a_3$
2	$a_8$	$a_3$	$a_6$	$a_2$	$a_2$
3	$a_6$	$a_2$	$a_{10}$	$a_1$	$a_8$

4	$a_1$	$a_9$	$a_1$	$a_8$	$a_1$
5	$a_2$	$a_7$	$a_2$	$a_6$	$a_{10}$
6	$a_4$	$a_{10}$	$a_7$	$a_3$	$a_7$
7	$a_3$	$a_6$	$a_5$	$a_7$	$a_5$
8	$a_{10}$	$a_1$	$a_8$	$a_5$	$a_4$
9	$a_5$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$	$a_9$
10	$a_7$	$a_4$	$a_4$	$a_4$	$a_6$

На следующем шаге метода Парето проводится сравнительный анализ проектов по показателям  $x_i (i = 1 \div 5)$  путём установления попарных предпочтений. В табл. 3 эти предпочтения установлены по следующему принципу: например, для проекта  $a_1$  в клетку пересечения строки  $P_i$  и столбца  $a_2$  выставлен знак «-», так как значение  $P_i$  по проекту  $a_1$  меньше, чем по проекту  $a_2$ , а на пересечении со столбцом  $a_2$  выставлен знак «+», так как значение  $P_i$  по проекту  $a_1$  больше, чем по проекту  $a_4$ . В том случае, если значения показателей по альтернативным проектам равны, то выставляется знак «0».

Таблица 3 – Таблица предпочтений

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$
$x_1$	+	+	+	+	-	+	-	-	+
$x_2$	-	-	+	-	-	-	+	-	-
$x_3$	+	-	+	+	-	+	+	+	-
$x_4$	-	+	+	+	+	+	+	-	+
$x_5$	-	-	+	+	+	+	-	+	+
$a_2$	$a_1$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$
$x_1$	-	+	+	+	-	+	-	-	+
$x_2$	+	-	+	-	+	+	+	+	+
$x_3$	-	-	+	+	-	+	+	+	-
$x_4$	+	+	+	+	+	+	+	-	+
$x_5$	+	-	+	+	+	+	+	+	+
$a_3$	$a_1$	$a_2$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$
$x_1$	-	-	-	+	-	+	-	-	+
$x_2$	+	+	+	-	+	+	+	+	+
$x_3$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$x_4$	-	-	+	+	-	+	-	-	+
$x_5$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
... ..									
$a_8$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_9$	$a_{10}$
$x_1$	+	+	+	+	+	+	+	-	+
$x_2$	-	-	-	+	-	-	-	-	-
$x_3$	-	-	-	+	-	-	-	+	-
$x_4$	-	-	-	+	+	+	+	-	+
$x_5$	+	-	-	+	+	+	+	+	+
... ..									
$a_{10}$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$
$x_1$	-	-	-	-	+	-	+	-	-
$x_2$	+	-	-	+	-	+	-	+	-

$x_3$	+	+	-	+	+	-	+	+	+
$x_4$	-	-	-	+	-	-	-	-	-
$x_5$	-	-	-	+	+	+	+	-	+

Согласно правилу Парето, предпочтительными являются проекты со столбцами, не содержащими символ «-». Например, для проекта  $a_1$  столбец  $a_4$  содержит только знаки «+», что означает, что проект  $a_1$  превосходит проект  $a_4$ . В сегменте  $a_2$  – столбцы  $a_4$  и  $a_7$ , в сегменте  $a_3$  – столбцы  $a_7$  и  $a_{10}$ , а в сегменте  $a_8$  столбец  $a_4$  содержат символы «+». Следовательно, пока только по отношению к  $a_4$ ,  $a_7$  и  $a_{10}$  существуют проекты, имеющие преимущество. Относительно оставшихся проектов, то для их попарного сравнения вновь применяется правило Парето, которое в силу тривиальности алгоритма легко реализуется на компьютере.

Метод Парето выдаёт большее число инвестиционных решений, чем это необходимо. Поэтому для завершения сравнительного анализа инвестиционных проектов применяется правило отбора Борда, согласно которому проекты ранжируются по каждому показателю в порядке убывания с присвоением им соответствующих значений ранга (табл. 4) и по каждому решению рассчитывается суммарный ранг (табл. 5). В итоге проект с наибольшим значением суммарного ранга считается наилучшим.

Таблица 4 – Ранжирование проектов методом Борда

Ранг	Показатели сравнительной оценки проектов				
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
10	$a_9$	$a_5$	$a_3$	$a_9$	$a_3$
9	$a_8$	$a_3$	$a_6$	$a_2$	$a_2$
8	$a_6$	$a_2$	$a_{10}$	$a_1$	$a_8$
7	$a_1$	$a_9$	$a_1$	$a_8$	$a_1$
6	$a_2$	$a_7$	$a_2$	$a_6$	$a_{10}$
5	$a_4$	$a_{10}$	$a_7$	$a_3$	$a_7$
4	$a_3$	$a_6$	$a_5$	$a_7$	$a_5$
3	$a_{10}$	$a_1$	$a_8$	$a_5$	$a_4$
2	$a_5$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$	$a_9$
1	$a_7$	$a_4$	$a_4$	$a_4$	$a_6$

Таблица 5 – Ранги сравниваемых проектов

Проект	Показатели сравнительной оценки проектов					Сумма	Порядок
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$		
$a_1$	7	3	7	8	7	32	3
$a_2$	6	8	6	9	9	38	1
$a_3$	4	9	10	5	10	38	2
$a_4$	5	1	1	1	3	11	10
$a_5$	2	10	4	3	4	23	8
$a_6$	8	4	9	6	1	28	6
$a_7$	1	6	5	4	5	21	9
$a_8$	9	2	3	7	8	29	5
$a_9$	10	7	3	10	2	32	4
$a_{10}$	3	5	8	2	6	24	7

Как видно из табл. 5, наибольшие оценки получили проекты  $a_2$  и  $a_3$ . Это означает, что их выбор является наилучшим инвестиционным решением среди других альтернативных проектов.

#### 4. Фаззификация показателей инвестиционных проектов

Показатели  $x_i (i = 1 \div 5)$  (см. табл. 1) будем считать качественными критериями оценки инвестиционных проектов, которые опишем посредством нечётких подмножеств дискретного универсума  $U = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ , составленного по числу проектов, участвующих в конкурсе. В качестве функций принадлежности этих подмножеств выберем гауссовские функции вида

$$\mu_i(u) = \exp\{-(u - u_i)^2 / \sigma_i^2\}, \quad u \in [0, u_i], \quad i = 1 \div 5,$$

где  $u_i$  – максимальное значение показателя  $x_i$  среди рассматриваемых проектов;  $\sigma_i = \sqrt{\sum_{k=1}^{51} (u - u_i)^2 / 51}$  – среднеквадратичное отклонение. Тогда оценочные понятия, характеризующие критерии оценки инвестиционных проектов, опишем в виде следующих нечётких множеств:

- ДОСТАТОЧНАЯ (чистая текущая стоимость):  $F_1 = \{0,8096/a_1; 0,6217/a_2; 0,4296/a_3; 0,5725/a_4; 0,3038/a_5; 0,9208/a_6; 0,1494/a_7; 0,9486/a_8; 1,0000/a_9; 0,3682/a_{10}\}$ ;
- ВЫСОКИЙ (индекс доходности инвестиций):  $F_2 = \{0,8730/a_1; 0,9451/a_2; 0,9860/a_3; 0,7977/a_4; 1,0000/a_5; 0,8806/a_6; 0,9155/a_7; 0,8653/a_8; 0,9396/a_9; 0,9021/a_{10}\}$ ;
- ПОДХОДЯЩАЯ (внутренняя норма доходности):  $F_3 = \{0,7654/a_1; 0,6586/a_2; 1,0000/a_3; 0,2584/a_4; 0,4759/a_5; 0,9546/a_6; 0,6217/a_7; 0,4072/a_8; 0,3134/a_9; 0,8306/a_{10}\}$ ;
- ПРИЕМЛЕМЫЙ (срок окупаемости):  $F_4 = \{0,9707/a_1; 0,9926/a_2; 0,8880/a_3; 0,6217/a_4; 0,7654/a_5; 0,9130/a_6; 0,8306/a_7; 0,9354/a_8; 1,0000/a_9; 0,6950/a_{10}\}$ ;
- ВЫСОКАЯ (рентабельность инвестиций):  $F_5 = \{0,8636/a_1; 0,9640/a_2; 1,0000/a_3; 0,7189/a_4; 0,7578/a_5; 0,6381/a_6; 0,7952/a_7; 0,9208/a_8; 0,6789/a_9; 0,8306/a_{10}\}$ .

#### 5. Выбор инвестиционного решения нечётким методом максиминной свёртки

Для выявления наилучшего инвестиционного решения произведём свёртку релевантной информации о каждом альтернативном проекте  $a_k$ . С этой целью определим множество оптимальных альтернатив путём пересечения установленных в предыдущем разделе нечётких множеств, содержащих оценки проектов по заданным критериям выбора. В данном случае будем считать эти критерии равноценными, то есть имеющими одинаковую важность для инвестора. Тогда правило выбора будет иметь вид  $C = F_1 \cap F_2 \cap F_3 \cap F_4 \cap F_5$ , где оптимальным решением считается выбор проекта, для которого значение функции принадлежности к нечёткому множеству  $C$  будет максимальным [3]. При этом операция пересечения нечётких множеств осуществляется по правилу [4]:  $\mu_C(a_k) = \min_i \{\mu_{F_i}(a_k)\}$ .

В контексте условий нашей задачи множество оптимальных альтернатив сформируем в следующем виде:

$$A = \{\min\{0,8096; 0,8730; 0,7654; 0,9707; 0,8636\}; \min\{0,6217; 0,9451; 0,6586; 0,9926; 0,9640\}; \min\{0,4296; 0,9860; 1,0000; 0,8880; 1,0000\}; \min\{0,5725; 0,7977; 0,2584; 0,6217; 0,7189\}; \min\{0,3038; 1,0000; 0,4759; 0,7654; 0,7578\}; \min\{0,9208; 0,8806; 0,9546; 0,9130; 0,6381\}; \min\{0,1494; 0,9155; 0,6217; 0,8306; 0,7952\}; \min\{0,9486; 0,8653; 0,4072; 0,9354; 0,9208\}; \min\{1,0000; 0,9396; 0,3134; 1,0000; 0,6789\}; \min\{0,3682; 0,9021; 0,8306; 0,6950; 0,8306\}\}.$$

Тогда результирующий вектор с компонентами, отражающими приоритетность инвестиционных проектов, имеет следующий вид:

$$\max\{\mu_C(a_k)\}=\max\{0,7654; 0,6217; 0,4296; 0,2584; 0,3038; 0,6381; 0,1494; 0,4072; 0,3134; 0,3682\}.$$

Отсюда следует, что наилучшим инвестиционным решением является выбор проекта  $a_1$ , которому соответствует наибольшее значение 0,7654. Далее проекты ранжируются по убыванию:  $a_6 - 0,6381$ ,  $a_2 - 0,6217$ ,  $a_3 - 0,4296$ ,  $a_8 - 0,4072$ ,  $a_{10} - 0,3682$ ,  $a_9 - 0,3134$ ,  $a_5 - 0,3038$ ,  $a_4 - 0,2584$ ,  $a_7 - 0,1494$ .

## 6. Выбор инвестиционного решения методом нечёткого вывода

Сформулируем вербальную модель для выбора наилучшего инвестиционного решения в виде следующих непротиворечивых суждений:

$e_1$ : «Если чистая текущая стоимость проекта достаточная и срок его окупаемости приемлемый, то он является удовлетворительным»;

$e_2$ : «Если дополнительно к этому проект отличается высоким индексом доходности, то он является более чем удовлетворительным»;

$e_3$ : «Если же вдобавок ко всем приведённым требованиям внутренняя норма доходности проекта подходящая и рентабельность вложенных в него инвестиций высокая, то проект является безупречным (как полностью соответствующий всем требованиям инвестора)»;

$e_4$ : «Если чистая текущая стоимость проекта достаточная, индекс доходности вкладываемых инвестиций высокий, внутренняя норма доходности проекта подходящая и рентабельность вложенных в него инвестиций высокая, то проект является очень удовлетворительным»;

$e_5$ : «Если чистая текущая стоимость проекта достаточная, индекс доходности и рентабельность вкладываемых в него инвестиций высокие, однако срок окупаемости проекта неприемлемый, то проект все же является удовлетворительным»;

$e_6$ : «Если индекс доходности проекта и рентабельность вкладываемых в него инвестиций невысокие, то проект является неудовлетворительным».

Таблица 6 – Входные и выходные характеристики модели

Входы	$x_1$	Название	Чистая текущая стоимость проекта
		Термы	$A_1$ =ДОСТАТОЧНАЯ
		Универсум	[1, 1500000]
	$x_2$	Название	Индекс доходности инвестиций
		Термы	$A_2$ =ВЫСОКИЙ, $\neg A_2$ =НЕВЫСОКИЙ }
		Универсум	[0, 1.45]
	$x_3$	Название	Внутренняя норма доходности
		Термы	$A_3$ =ПОДХОДЯЩАЯ }
		Универсум	[0, 40]
	$x_4$	Название	Срок окупаемости проекта
		Термы	$A_4$ =ПРИЕМЛЕМЫЙ, $\neg A_4$ =НЕПРИЕМЛЕМЫЙ }
		Универсум	[0, 2]
	$x_5$	Название	Рентабельность инвестиций
		Термы	$A_5$ =ВЫСОКАЯ, $\neg A_5$ =НЕВЫСОКАЯ
		Универсум	[0, 36]
Выход	$y$	Название	Удовлетворительность проекта
		Термы	$US$ =НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНЫЙ, $S$ =УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНЫЙ, $MS$ =БОЛЕЕ ЧЕМ УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНЫЙ, $VS$ =ОЧЕНЬ УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНЫЙ, $P$ =БЕЗУПРЕЧНЫЙ }
		Универсум	{0, 0,1, 0,2, ..., 1}

Анализ этих высказываний позволяет выявить полный набор характеристик модели в виде термов входных лингвистических переменных  $x_i (i = 1 \div 5)$  и выходной лингвистической переменной  $y$ . Если входные характеристики модели формализованы нами выше в виде нечётких множеств  $F_i (i = 1 \div 5)$ , то для описания выходных характеристик поступим следующим образом. В качестве универсума выберем дискретное множество  $U = \{0, 0,1, 0,2, \dots, 1\}$ . Тогда  $\forall u \in U$  термы лингвистической переменной  $y$  опишем в виде следующих нечётких множеств [3]:  $S$ =УДОВОЛВОРИТЕЛЬНЫЙ:  $\mu_S(u)=u$ ;  $MS$ =БОЛЕЕ ЧЕМ УДОВОЛВОРИТЕЛЬНАЯ:  $\mu_{MS}(u)=u^{1/2}$ ;  $VS$ =ОЧЕНЬ УДОВОЛВОРИТЕЛЬНЫЙ:  $\mu_{VS}(u)=u^2$ ;  $P$ =БЕЗУПРЕЧНЫЙ:  $\mu_P(u)=1$ , если  $u = 1$  и  $\mu_P(u)=0$ , если  $u < 1$ ;  $US$ =НЕУДОВОЛВОРИТЕЛЬНЫЙ:  $\mu_{US}(u)=1-u$ .

Таким образом, с учётом формализмов из табл. 6, перефразируем высказывания  $e_{1 \div 6}$  в виде следующих импликативных правил:

- $e_1$ : « $x_1=F_1$  и  $x_4=F_4$ , то  $y=S$ »;
- $e_2$ : « $x_1=F_1$  и  $x_2=F_2$  и  $x_4=F_4$ , то  $y=MS$ »;
- $e_3$ : « $x_1=F_1$  и  $x_2=F_2$  и  $x_3=F_3$  и  $x_4=F_4$  и  $x_5=F_5$ , то  $y=P$ »;
- $e_4$ : « $x_1=F_1$  и  $x_2=F_2$  и  $x_3=F_3$  и  $x_5=F_5$ , то  $y=VS$ »;
- $e_5$ : « $x_1=F_1$  и  $x_2=F_2$  и  $x_4=\neg F_4$  и  $x_5=F_5$ , то  $y=S$ »;
- $e_6$ : « $x_2=\neg F_2$  и  $x_5=\neg F_5$ , то  $y=US$ ».

Согласно правилу пересечения нечётких множеств [4], для левых частей правил  $e_{1 \div 6}$  соответственно имеем:

- $\mu_{M_1}(a)=\min\{\mu_{A_1}(a), \mu_{A_4}(a)\}$ ,  $M_1=\{0,8096/a_1; 0,6217/a_2; 0,4296/a_3; 0,5725/a_4; 0,3038/a_5; 0,9130/a_6; 0,1494/a_7; 0,9354/a_8; 1,0000/a_9; 0,3682/a_{10}\}$ ;
- $\mu_{M_2}(a)=\min\{\mu_{A_1}(a), \mu_{A_2}(a), \mu_{A_4}(a)\}$ ,  $M_2=\{0,8096/a_1; 0,6217/a_2; 0,4296/a_3; 0,5725/a_4; 0,3038/a_5; 0,8806/a_6; 0,1494/a_7; 0,8653/a_8; 0,9396/a_9; 0,3682/a_{10}\}$ ;
- $\mu_{M_3}(a)=\min\{\mu_{A_1}(a), \mu_{A_2}(a), \mu_{A_3}(a), \mu_{A_4}(a), \mu_{A_5}(a)\}$ ,  $M_3=\{0,7654/a_1; 0,6217/a_2; 0,4296/a_3; 0,2584/a_4; 0,3038/a_5; 0,6381/a_6; 0,1494/a_7; 0,4072/a_8; 0,3134/a_9; 0,3682/a_{10}\}$ ;
- $\mu_{M_4}(a)=\min\{\mu_{A_1}(a), \mu_{A_2}(a), \mu_{A_3}(a), \mu_{A_5}(a)\}$ ,  $M_4=\{0,7654/a_1; 0,6217/a_2; 0,4296/a_3; 0,2584/a_4; 0,3038/a_5; 0,6381/a_6; 0,1494/a_7; 0,4072/a_8; 0,3134/a_9; 0,3682/a_{10}\}$ ;
- $\mu_{M_5}(a)=\min\{\mu_{A_1}(a), \mu_{A_2}(a), 1-\mu_{A_4}(a), \mu_{A_5}(a)\}$ ,  $M_5=\{0,0293/a_1; 0,0074/a_2; 0,1120/a_3; 0,3783/a_4; 0,2346/a_5; 0,0870/a_6; 0,1494/a_7; 0,0646/a_8; 0/a_9; 0,3050/a_{10}\}$ ;
- $\mu_{M_6}(a)=\min\{1-\mu_{A_2}(a), 1-\mu_{A_5}(a)\}$ ,  $M_6=\{0,1270/a_1; 0,0360/a_2; 0/a_3; 0,2023/a_4; 0/a_5; 0,1194/a_6; 0,0845/a_7; 0,0792/a_8; 0,0604/a_9; 0,0979/a_{10}\}$ .

В результате правила  $e_{1 \div 6}$  будут выглядеть в более компактном виде:

- $e_1$ : «Если  $x=M_1$ , то  $y=S$ »;
- $e_2$ : «Если  $x=M_2$ , то  $y=MS$ »;
- $e_3$ : «Если  $x=M_3$ , то  $y=P$ »;
- $e_4$ : «Если  $x=M_4$ , то  $y=VS$ »;
- $e_5$ : «Если  $x=M_5$ , то  $y=S$ »;
- $e_6$ : «Если  $x=M_6$ , то  $y=US$ ».

Преобразование этих правил с применением импликации Лукасевича  $\mu(a, u)=\min\{1, 1-\mu(a)+\mu(u)\}$  формирует нечёткие отношения в виде матриц, пересечение которых, в конечном итоге, образует общее функциональное решение в виде матрицы  $R$ . Согласно [3], нечёткий вывод относительно итоговой оценки  $k$ -го проекта в зависимости от данных по оценочным показателям  $x_i (i = 1 \div 5)$ , представленным в табл. 1, отражается в виде нечёткого подмножества  $E_k$  универсума  $U = \{0, 0,1, 0,2, \dots, 1\}$  с соответствующими значениями функции принадлежности из  $k$ -ой строки матрицы  $R$ .



	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$a_1$	0,1904	0,2346	0,2346	0,2346	0,2346	0,2346	0,2346	0,2346	0,2346	0,2346	0,8730
$a_2$	0,3783	0,3783	0,3783	0,3783	0,3783	0,3783	0,3783	0,3783	0,3783	0,3783	0,9640
$a_3$	0,5704	0,5704	0,5704	0,5704	0,5704	0,5704	0,5704	0,5704	0,5704	0,5704	1,0000
$a_4$	0,4275	0,5275	0,6275	0,7275	0,7416	0,7416	0,7416	0,7416	0,7416	0,7416	0,7977
$a_5$	0,6962	0,6962	0,6962	0,6962	0,6962	0,6962	0,6962	0,6962	0,6962	0,6962	1,0000
$a_6$	0,0870	0,1870	0,2870	0,3619	0,3619	0,3619	0,3619	0,3619	0,3619	0,3619	0,8806
$a_7$	0,8506	0,8506	0,8506	0,8506	0,8506	0,8506	0,8506	0,8506	0,8506	0,8506	0,9155
$a_8$	0,0646	0,1646	0,2646	0,3646	0,4646	0,5646	0,5928	0,5928	0,5928	0,5928	0,9208
$a_9$	0,0000	0,1000	0,2000	0,3000	0,4000	0,5000	0,6000	0,6866	0,6866	0,6866	0,9396
$a_{10}$	0,6318	0,6318	0,6318	0,6318	0,6318	0,6318	0,6318	0,6318	0,6318	0,6318	0,9021

Для численных оценок этих выводов применяется процедура дефазификации. В частности, для нечёткого вывода относительно оценки 8-го проекта:  $E_8 = \{0,0646/0; 0,1646/0,1; 0,2646/0,2; 0,3646/0,3; 0,4646/0,4; 0,5646/0,5; 0,5928/0,6; 0,5928/0,7; 0,5928/0,8; 0,5928/0,9; 0,9208/1\}$ , устанавливая уровневые множества  $E_{8\alpha}$  и вычисляя по формуле

$$M(E_\alpha) = \sum_{j=1}^n r_j / n, r \in E_\alpha \text{ их мощности } M(E_{8\alpha}), \text{ имеем:}$$

- для  $0 < \alpha < 0,0646$ :  $\Delta\alpha = 0,0646$ ,  $E_{8\alpha} = \{0; 0,1; 0,2; \dots; 0,8; 0,9; 1\}$ ,  $M(E_{8\alpha}) = 0,50$ ;
- для  $0,0646 < \alpha < 0,1646$ :  $\Delta\alpha = 0,1$ ,  $E_{8\alpha} = \{0,1; 0,2; 0,3; \dots; 0,9; 1\}$ ,  $M(E_{8\alpha}) = 0,55$ ;
- для  $0,1646 < \alpha < 0,2646$ :  $\Delta\alpha = 0,1$ ,  $E_{8\alpha} = \{0,2; 0,3; 0,4; \dots; 0,9; 1\}$ ,  $M(E_{8\alpha}) = 0,60$ ;
- для  $0,2646 < \alpha < 0,3646$ :  $\Delta\alpha = 0,1$ ,  $E_{8\alpha} = \{0,3; 0,4; \dots; 0,9; 1\}$ ,  $M(E_{8\alpha}) = 0,65$ ;
- для  $0,3646 < \alpha < 0,4646$ :  $\Delta\alpha = 0,1$ ,  $E_{8\alpha} = \{0,4; 0,5; \dots; 0,9; 1\}$ ,  $M(E_{8\alpha}) = 0,70$ ;
- для  $0,4646 < \alpha < 0,5646$ :  $\Delta\alpha = 0,1$ ,  $E_{8\alpha} = \{0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$ ,  $M(E_{8\alpha}) = 0,75$ ;
- для  $0,5646 < \alpha < 0,5928$ :  $\Delta\alpha = 0,0282$ ,  $E_{8\alpha} = \{0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1\}$ ,  $M(E_{8\alpha}) = 0,80$ ;
- для  $0,5928 < \alpha < 0,9208$ :  $\Delta\alpha = 0,3280$ ,  $E_{8\alpha} = \{1\}$ ,  $M(E_{8\alpha}) = 1$ .

Тогда численную оценку относительно удовлетворительности 8-го инвестиционно-го проекта получим следующим образом:

$$F(E_8) = \frac{1}{\alpha_{\max}} \int_0^{\alpha_{\max}} M(E_{8\alpha}) d\alpha = \frac{1}{0,9208} [0,0646 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 0,55 + 0,1 \cdot 0,6 + 0,1 \cdot 0,65 + 0,1 \cdot 0,7 + 0,1 \cdot 0,75 + 0,0282 \cdot 0,8 + 0,3280 \cdot 1] = 0,7687.$$

Аналогичным образом устанавливаем численные оценки и для остальных проектов:  $F(E_1) = 0,8682$ ;  $F(E_2) = 0,8038$ ;  $F(E_3) = 0,7148$ ;  $F(E_4) = 0,5763$ ;  $F(E_5) = 0,6519$ ;  $F(E_6) = 0,8243$ ;  $F(E_7) = 0,5355$ ;  $F(E_9) = 0,7786$ ;  $F(E_{10}) = 0,6498$ .

## 7. Заключение

В табл. 7 приведены результаты решения задачи о выборе инвестиционного решения, полученные разными методами.

Таблица 7 – Ранжирование проектов различными методами

Проект	Метод Парето	Метод Борда		Свёртка maxmin		Нечёткий вывод	
	Порядок	Оценка	Порядок	Оценка	Порядок	Оценка	Порядок
$a_1$	3	32	3	0,7654	1	0,8682	1
$a_2$	1	38	1	0,6217	3	0,8038	3
$a_3$	2	38	2	0,4296	4	0,7148	6
$a_4$	10	11	10	0,2584	9	0,5763	9

$a_5$	7	23	8	0,3038	8	0,6519	7
$a_6$	6	28	6	0,6381	2	0,8243	2
$a_7$	8	21	9	0,1494	10	0,5355	10
$a_8$	4	29	5	0,4072	5	0,7687	5
$a_9$	5	32	4	0,3134	7	0,7786	4
$a_{10}$	9	24	7	0,3682	6	0,6498	8

Несмотря на то, что все приведённые подходы к оценке и ранжированию инвестиционных проектов базируются на одной и той же непротиворечивой информации об альтернативах, полученные результаты все же заметно отличаются. Прежде всего, это объясняется разными способами интерпретации исходной информации и разными подходами к принятию инвестиционных решений. Так, в основу методов Парето и Борда заложен рациональный и отчасти взвешенный подход, основанный на попарных сравнениях альтернативных проектов. Нечёткий метод максиминной свёртки, который был применён без учёта взвешивания признаков оценки, отражает пессимистический подход, игнорирующий «положительные» стороны альтернатив. Он выявляет наилучшую альтернативу как имеющую минимальные недостатки по всем критериям. Метод нечёткого вывода на базе имплицитивных правил реализует эвристический подход и тем самым способен учитывать основные требования инвестора. Являясь «гибким» по отношению к исходным данным и базирясь на вербальной модели, этот метод обладает существенно большим потенциалом по отношению к представленным методам, так как способен вовлечь в вычислительный процесс специалистов, не обладающих математическими навыками, и генерировать более рациональные инвестиционные решения путём возможности своей структурной и параметрической оптимизации, например, в логическом базисе нейронной сети.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Быстров О.Ф., Поздняков В.Я., Прудников В.М. и др. Управление инвестиционной деятельностью в регионах Российской Федерации: монография. М.: Изд-во ИНФРА-М, 2008. 358 с.
2. Применение методов Парето и Борда при выборе инвестиционных проектов. URL: [https://afdanalyse.ru/publ/investicionnyj\\_analiz/teorija/primenenie\\_metodov\\_pareto\\_i\\_borda\\_pri\\_vybore\\_investicionnykh\\_proektov/27-1-0-330](https://afdanalyse.ru/publ/investicionnyj_analiz/teorija/primenenie_metodov_pareto_i_borda_pri_vybore_investicionnykh_proektov/27-1-0-330) (дата обращения: 28.02.2020).
3. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Анализ, синтез, планирование решений в экономике. М.: Финансы и статистика, 2000. 368 с.
4. Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning / eds. K.S. Fu, J.T. Tou. *Learning Systems and Intelligent Robots*. New York, 1974. P. 1–10.

*Стаття надійшла до редакції 10.04.2020*